Principes d'invariance et lois de la nature d'après Weyl et Wigner

Christophe Eckes

Dans Philosophia Scientiæ 2012/3 16-3, pages 153 à 176
Éditions Université de Lorraine

ISSN 1281-2463

ISBN 9782841746033

DOI 10.4000/philosophiascientiae.787

Date de mise en ligne : 04/12/2020

Philosophia Scientiæ

16-3 (2012)
Alan Turing

Christophe Eckes

Principes d'invariance et lois de la nature d'après Weyl et Wigner

Référence électronique
Christophe Eckes, « Principes d'invariance et lois de la nature d'après Weyl et Wigner », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 16-3 | 2012, mis en ligne le 01 novembre 2015, consulté le 03 décembre 2012. URL : http://philosophiascientiae.revues.org/787 ; DOI : 10.4000/philosophiascientiae.787

Éditeur : Université Nancy 2
http://philosophiascientiae.revues.org
http://www.revues.org

Document accessible en ligne sur : http://philosophiascientiae.revues.org/787
Ce document est le fac-similé de l'édition papier.

Principes d'invariance et lois de la nature d'après Weyl et Wigner

Christophe Eckes
Institut Camille Jordan, Université Lyon 1 (France)

Résumé : Dans cet article, nous entendons montrer que les principes d'invariance interviennent de manière essentielle pour caractériser les lois de la nature en physique. Pour ce faire, nous nous focaliserons sur les réflexions épistémologiques que Weyl et Wigner consacrent aux symétries. Nous proposerons une analyse conceptuelle de l'invariance en indiquant qu'elle permet de généraliser la première analogie de l'expérience de Kant (le principe de permanence de la substance). Nous analyserons de plus l'argument de Weyl selon lequel les principes d'invariance constituent des connaissances *a priori* en un sens relativisé. Nous indiquerons pour finir qu'aux yeux de Wigner, les « symétries » constituent des conditions qui nous permettent de structurer notre compréhension de la réalité empirique.

Abstract: In this article, we aim at showing that principles of invariance are essential in order to characterize laws of nature in physics. To this end, we will focus on Weyl's and Wigner's epistemological reflections devoted to symmetries. We will analyze the concept of invariance, which generalizes Kant's first analogy (the principle of the permanence of the substance). Moreover, we will analyze Weyl's assumption following which the principles of invariance can be viewed as a kind of *a priori* knowledge in a relativized sense. Finally, we will show that, according to Wigner, symmetries must be considered as conditions which allow us to structure our understanding of the empirical reality.

Introduction : théorie des groupes et physique, un héritage kleinéen

Weyl et Wigner mettent en évidence l'importance des symétries en physique dès la fin des années 1920, alors qu'ils appliquent des méthodes de théorie

Philosophia Scientiæ, 16 (3), 2012, 153–176.

des groupes en mécanique quantique. Leurs réflexions sur les principes d'invariance se constituent sur le long terme et elles se généralisent ensuite à diverses théories physiques.

La première édition de *Gruppentheorie und Quantenmechanik* de Weyl paraît en 1928. Il souligne alors l'importance fondamentale des symétries en mécanique quantique. Dès la fin des années 1930, il étend son raisonnement sur les symétries à d'autres théories physiques, à la biologie et aux productions artistiques [Weyl 1938]. Il s'inspire notamment de la *Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung* de Speiser (troisième édition) [Speiser 1937] qui contient des réflexions esthétiques et mathématiques sur l'art ornemental. Le contenu de l'exposé de Weyl de 1938 sera complété dans ses conférences à Princeton (1951), publiées sous le titre *Symmetry* en 1952 ([Weyl 1952] et [Weyl 1964] pour la traduction en français). Wigner montre dès 1926 indépendamment de Weyl que la théorie des groupes joue un rôle central pour formaliser la mécanique quantique. Il produit à ce sujet une série d'articles qu'il cosigne parfois avec von Neumann avant de publier une monographie sur les applications de la théorie des groupes à la mécanique quantique en 1931 ([Wigner 1931] et [Wigner 1959] pour la traduction en anglais).

Outre une approche convergente en mécanique quantique, Wigner et Weyl sont très liés à l'école de physique mathématique de Göttingen. Cela est particulièrement vrai de Weyl qui a été étudiant puis *Privatdozent* à Göttingen entre 1904 et 1913 ; il a d'ailleurs effectué sa thèse sous la direction de Hilbert. Recruté à l'ETH de Zürich en 1913, Weyl s'intéresse tout d'abord à la mathématisation de la relativité générale à partir de 1916 [1] ; il poursuit alors le programme de Mie et de Hilbert visant à décrire la structure de la matière dans le cadre d'une théorie classique des champs [2]. La théorie unitaire qu'il déduit d'une géométrie « purement infinitésimale [3] » et les méthodes variationnelles qu'il utilise attestent de son attachement à l'école de physique mathématique de Göttingen [Ritter & Goldstein 2003, 102]. L'épistémologie implicite de Weyl est alors marquée par une approche spéculative et une forme d'*apriorisme*, au sens où il croit qu'une théorie physique peut naturellement se déduire d'un cadre géométrique construit *a priori*. Comme l'a montré E. Scholz

1. H. Weyl, "Address at the Princeton Bicentennial Conference", in [Weyl 2009, 168] : "In 1916 I had been discharged from the German army and returned to my job in Switzerland. My mathematical mind was as blank as any veteran's and I did not know what to do. I began to study algebraic surfaces ; but before I had gotten far, Einstein's memoir ["Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie"] came into my hands and set me afire."

2. Dès la première édition de *Raum, Zeit, Materie* qui ne contient pas encore son projet de théorie unifiée des champs, Weyl décrit en détails la théorie de Mie. Voir en particulier [Weyl 1918, 165–173].

3. Pour plus de détails sur la géométrie purement infinitésimale de Weyl comme généralisation de la relativité générale, cf. [Scholz 2000, 63–67], [Ryckman 2005, 81–85] et [Eckes 2011, 416–421].

[Scholz 2011], ses positions épistémologiques sur les rapports entre mathématiques et physique évoluent très sensiblement au cours des années 1920 : entre 1921 et 1925, Weyl se distancie déjà de cette posture spéculative et il cherche seulement à clarifier au moyen d'une analyse conceptuelle rigoureuse le cadre mathématique dans lequel se formule la relativité générale. Au moment où il s'engage dans la mathématisation de la mécanique quantique en 1925-1927, il abandonne définitivement toute forme d'*apriorisme* sans pour autant prétendre que les théories physiques seraient fondées exclusivement sur des observations empiriques. Il adhère à un réalisme structural au sens où les théories physiques permettent de connaître non pas les propriétés intrinsèques des objets physiques, mais seulement leurs relations. Les mathématiques ont pour fonction de structurer les connaissances empiriques, i.e. de formaliser rigoureusement les relations entre des objets physiques. Il utilise à ce propos l'expression de « Symbolische Konstruktion der Wissenschaft [4] ». En particulier, il assigne un rôle *structurant* aux symétries et donc à la théorie des groupes pour appréhender les phénomènes quantiques.

Ses contacts avec Göttingen demeurent alors étroits. Les épreuves de la première édition de *Gruppentheorie und Quantenmechanik* sont corrigées par von Neumann [5], qui effectue en 1927 un séjour à Göttingen. La seconde édition de cette monographie paraît en 1931, soit un an après le recrutement de Weyl à Göttingen en remplacement de Hilbert. De son côté, Wigner effectue un séjour à Göttingen en 1927 ; il applique alors conjointement avec von Neumann la théorie des représentations de groupes à la mécanique quantique. Néanmoins, l'usage de la théorie des groupes pour décrire les phénomènes atomiques ne fait pas l'unanimité à l'université de Göttingen : Born y est notamment hostile. Dans [Schneider 2011], Born est classé parmi les physiciens qui rejettent frontalement le recours à la théorie des groupes en mécanique quantique.

À plus ample échelle, la théorie des groupes se développe en étroite connexion avec certaines théories physiques à l'université de Göttingen à la fin du XIXᵉ siècle et au début du XXᵉ siècle, comme en attestent les exemples de la cristallographie et des théories relativistes.

La cristallographie mathématique peut être considérée comme l'une des racines de la théorie des groupes au cours de la seconde moitié du XIXᵉ siècle, ce dont témoignent les travaux de Sohncke ou de Schönflies en Allemagne. Schönflies s'appuie dès 1886 sur les *Vorlesungen über das Ikosaeder* [Klein 1884] pour expliciter les liens entre la théorie des groupes et la cristallographie (cf. [Schönflies 1886] et [Schönflies 1887]). Les recherches qu'il mène culminent

4. Nous renvoyons le lecteur à [Scholz 2011] pour une analyse précise de cette position épistémologique et de son évolution dans l'œuvre de Weyl.

5. Voir à ce propos la lettre de von Neumann à Weyl du 16 juillet 1928 [von Neumann 1928], dans laquelle von Neumann déclare avoir relu une partie des épreuves de *Gruppentheorie und Quantenmechanik*.

avec la classification des 230 groupes d'espace [6] établie indépendamment par Fedorov à la fin des années 1880. À partir de 1892, Schönflies occupe la chaire de mathématiques appliquées spécialement créée par Klein à Göttingen, soit un an après avoir publié *Krystallsysteme und Krystallstructur*. Ceci consacre institutionnellement le lien indissoluble entre la théorie des groupes et la cristallographie. À la fin des années 1920, Weyl et Wigner s'appuient d'ailleurs sur le caractère exemplaire de la cristallographie pour justifier, par extension, l'emploi de la théorie des groupes en mécanique quantique [7].

Dans le domaine de la relativité restreinte, Minkowski prononce le 5 novembre 1907 une conférence intitulée « Das Relativitätsprinzip ». Il traduit alors géométriquement les principes physiques de la relativité restreinte. Il montre que le principe de relativité se reformule comme principe d'invariance des lois de la nature par le groupe de Poincaré — qui est le produit semi-direct du groupe de Lorentz par le groupe des translations de l'espace quadridimensionnel de la relativité restreinte. De même, dans la fameuse conférence de Cologne intitulée « Raum und Zeit », prononcée le 21 septembre 1908 et publiée à titre posthume en 1909 [8], il raisonne en termes de théorie des groupes pour comparer la mécanique classique et la mécanique relativiste. Klein montre à la suite de Minkowski [Klein 1910] que la théorie des groupes est un point d'appui décisif pour différencier les mécaniques *classique* et *relativiste*. Cet argument se double d'un rapprochement — que l'on trouve chez Klein, mais non chez Minkowski — entre ces deux théories physiques d'une part, le *Programme d'Erlangen* (1872) d'autre part. De même qu'une géométrie est définie par les propriétés laissées invariantes par un groupe (continu) de transformations, de même les lois de la mécanique classique (resp. relativiste) sont caractérisées par leur invariance sous l'action du groupe de Galilée (resp. de Lorentz). Klein redéfinit le principe de relativité comme principe d'invariance :

> Les physiciens modernes entendent par *théorie de la relativité* une théorie des invariants du domaine quadridimensionnel d'espace-temps x, y, z, t (l'univers de Minkowski) par rapport à un groupe déterminé de collinéations, en l'occurrence le groupe de Lorentz. [Klein 1910, 287]

Ajoutons enfin qu'à partir de 1916, E. Noether travaille aux côtés de Hilbert et Klein en relativité générale à Göttingen. Elle publie en 1918 son article sur les lois de conservation et les symétries intitulé « Invariante

6. Voir à ce propos [Schönflies 1891] dans lequel ils sont recensés.

7. Voir à ce propos [Weyl 1950, xxi] : "Until the present, [the] most important application [of the group concept] to natural science lay in the description of the symmetry of crystals." Le rôle de la cristallographie dans les premiers travaux de Wigner a été décrit dans [Borrelli 2009].

8. [Minkowski 1909b] et [Minkowski 1909a] pour la traduction en français.

Variationsprobleme [9] ». Elle s'appuie sur les groupes et les algèbres de Lie, combinés à un formalisme lagrangien généralisé, pour montrer que les lois de conservation n'ont pas le même statut en mécanique classique et en relativité restreinte d'une part, en relativité générale d'autre part [Noether 1918, 253 et suiv.]. Ses deux théorèmes relient symétries et lois de conservation à un niveau de généralité remarquable, [Noether 1918, 238–239]. Klein met immédiatement en valeur les innovations établies par E. Noether. Malgré tout, Weyl et Wigner sous-évalueront les contributions de Noether sur les symétries en physique mathématique [Kosmann-Schwarzbach & Meersseman 2004, 75–77, 87–88].

Ces rappels montrent que Klein intervient à plusieurs reprises à Göttingen pour promouvoir la théorie des groupes dans la mathématisation de diverses théories physiques (cristallographie, relativité restreinte, relativité générale). Weyl et Wigner sont redevables de cette tradition qu'ils prolongent à la mécanique quantique. Les recherches d'E. Scholz [Scholz 2006] ont permis d'établir que le développement de la théorie des groupes en mécanique quantique est polarisé autour de l'université de Göttingen et de Zürich (ETH et université) jusqu'au début des années 1930. Plus généralement, Weyl et Wigner se réfèrent à la cristallographie, aux théories relativistes et à la mécanique quantique pour montrer l'importance des principes d'invariance en physique. Ces derniers ont un statut de *fondement* et ils ont une fonction *heuristique* dans le développement des théories physiques. Ils garantissent clarté et cohérence à ces mêmes théories. Au-delà de l'héritage kleinéen, les réflexions épistémologiques de Weyl et Wigner sur les symétries ont une vertu programmatique. Wigner peut mesurer concrètement sur le long terme l'effectivité de ce programme en vertu de ses propres contributions en physique nucléaire, mais aussi en raison des théories qui voient le jour dans les années 1950 et 1960 (théories de jauge non abéliennes avec les premiers travaux de Yang et Mills en 1954, « eightfold way » de Ne'eman et Gell-Mann en 1960-1961, etc.)

Dans le présent article, nous souhaiterions tout d'abord montrer, en nous appuyant sur Wigner, que les principes d'invariance participent de manière essentielle à la *caractérisation* des lois de la nature en physique. Nous entendons proposer ensuite une analyse conceptuelle de la notion d'invariance. Nous soulignerons en particulier que les principes d'invariance constituent une généralisation du principe kantien de permanence. Nous synthétiserons par ailleurs les thèses de Weyl et de Wigner sur le statut épistémologique des principes de symétrie. Nous plaiderons alors en faveur de leur *aprioricité* en un sens affaibli et nous indiquerons qu'ils permettent de structurer notre compréhension de la réalité empirique.

9. Voir [Kosmann-Schwarzbach & Meersseman 2004] pour une traduction en français et [Kosmann-Schwarzbach 2010] pour une traduction en anglais de l'article de Noether.

1 Caractérisation des lois de la nature par Wigner

En première approximation, une loi de la nature détermine des relations universelles et nécessaires entre des classes de phénomènes. Mais cette universalité est seulement présumée : rien ne nous permet *a priori* d'écarter la possibilité de phénomènes qui n'y satisferaient pas. Suivant une terminologie kantienne, l'universalité d'une loi de la nature n'est pas *stricte* mais *supposée*. Cela posé, l'une des difficultés essentielles consiste à trouver un critère suffisant de démarcation entre une *loi de la nature* et une *généralisation accidentelle*. Prenons l'assertion de Goodman : « Toutes les pièces de monnaie contenues dans ma poche sont en argent » [Goodman 1984, 43]. Cet exemple montre qu'il est impossible de distinguer logiquement une loi et une généralisation accidentelle :

> La seule *forme logique* d'un énoncé universel de type (U) [tous les A sont des B] ne contient pas d'indices qui permettraient de savoir si la corrélation qu'il exprime est de nature accidentelle ou de nature nomique. [Kistler 1999, 106]

Il faut donc identifier d'autres éléments de démarcation. Par exemple, une généralisation accidentelle n'explique rien ; elle n'est qu'un constat. En revanche, une loi doit être explicative. En outre, elle est prédictive — que cette prédiction soit certaine ou seulement probable. De tels critères de démarcation n'ont pas échappé à Goodman : « [la phrase « toutes les pièces de monnaie contenues dans ma poche sont en argent »] est reconnue comme la description d'un fait contingent *après* que la détermination de tous les cas a eu lieu, aucune prédiction sur une de ses instances n'étant fondée sur elle » [Goodman 1984, 43], mais ils ne sont pas suffisants. Pour un nominaliste tel que Goodman :

> Le critère qui sélectionne les lois parmi les généralisations vraies, est que l'énoncé des premières mais non des secondes, est contenu dans ou déductible d'une théorie actuellement acceptée par la communauté scientifique. [Kistler 1999, 108]

Si nous admettions la solution de Goodman, il n'y aurait donc aucune raison objective qui permettrait de distinguer une généralisation accidentelle et une loi de la nature. Précisément, les réflexions épistémologiques menées par Wigner montrent que les *principes d'invariance* permettent de caractériser objectivement les lois de la nature. La généralisation accidentelle formulée par Goodman dépend de circonstances particulières. Si l'on s'appuie provisoirement sur la relativité restreinte à titre d'exemple, on se rend compte qu'une loi de la nature n'est en revanche pas un énoncé circonstancié. D'après le principe einsteinien de relativité, toute loi est formellement invariante par changement de référentiel inertiel. Or, dans l'énoncé : « Toutes les pièces de monnaie contenues dans ma poche sont en argent », on ne trouve pas une telle propriété d'invariance. Il existe là un critère décisif de démarcation entre une loi de la nature et une généralisation accidentelle : une généralisation accidentelle est *circonstanciée*, par contre une loi de la nature doit demeurer formellement inaltérée sous l'action d'un groupe de transformations. Ce dernier argument demeure valable au-delà de l'exemple particulier de la relativité restreinte.

La difficulté à distinguer « loi de la nature » et « généralisation accidentelle » tire donc son origine d'une caractérisation incomplète d'une « loi de la nature » en physique. Il n'est pas seulement attendu d'une loi qu'elle soit explicative et prédictive (condition nécessaire), elle dépend en général d'un principe d'invariance (condition suffisante), le plus connu d'entre eux étant le *principe de relativité*. Wigner affirme à ce propos :

> It is not necessary to look deeper into the situation to realize that laws of nature could not exist without principles of invariance. (...) If the correlations between events changed from day to day, and would be different for different points of space, it would be impossible to discover them. Thus the invariance of the laws of nature with respect to displacements in space and time are almost necessary prerequisites that it be possible to discover, or even catalogue, the correlations between events which are the laws of nature. [Wigner 1963, 29]

Son argument a une portée générale : il ne se limite pas à une théorie physique en particulier — par exemple la relativité restreinte. Il faut cependant reconnaître la possibilité d'énoncés vides de sens qui satisfont à un principe d'invariance. Il en va ainsi de l'équation de Klein-Gordon en mécanique quantique relativiste. L'énergie d'une particule de masse m dans un potentiel central $V(\mathbf{x})$ vérifie :

$$E = \frac{p^2}{2m} V(\mathbf{x}),$$

où p désigne l'impulsion. En vertu du principe de correspondance, on obtient l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{x},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\psi(\mathbf{x},t) + V(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x},t),$$

où $\psi(\mathbf{x},t)$ désigne la fonction d'onde décrivant l'état de la particule et Δ le laplacien. Dans le cas relativiste, le carré de l'énergie d'une telle particule vérifie :

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4.$$

On applique une nouvelle fois ce principe et l'on remplace l'équation de Schrödinger par l'équation de Klein-Gordon :

$$\left(\frac{\hbar^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial^2 t} - \hbar^2\Delta + m^2c^2\right)\psi(\mathbf{x},t) = 0.$$

Cette équation est invariante par le groupe de Lorentz. Pourtant, elle est incompatible avec les principes fondamentaux de la mécanique quantique : la densité de probabilité de présence d'une particule décrite par la fonction d'onde ψ cesse d'être positive. On ne peut donc tirer aucune prédiction à partir de cette équation.

Ce contre-exemple montre qu'une loi de la nature ne saurait être *régulièrement* déduite d'un principe d'invariance. D'après Wigner, un énoncé qui ne dépend d'aucun principe d'invariance n'est pas une loi de la nature. Réciproquement, il existe des équations qui satisfont à certaines conditions d'invariance, tout en étant dénuées de sens. Une loi de la nature est donc un énoncé *prédictif* qui demeure *formellement inaltéré* par un groupe de transformations *convenablement choisi*. Aucune généralisation accidentelle ne satisfait à ce dernier critère.

2 L'invariance : une tentative de conceptualisation

Nous entendons maintenant distinguer l'invariance de concepts voisins tels que celui de *permanence* ou encore d'*absolu*. Pour qu'il y ait invariance, il faut déterminer un ensemble de changements exprimés mathématiquement par un *groupe* de transformations. Bref, on ne peut parler d'invariance que si l'on se donne un groupe de transformations pertinent et si l'on exhibe les expressions préservées par ce groupe. Cet argument s'étend à des théories mathématiques, ce qui n'a pas échappé à Weyl. Il s'appuie en 1949 sur la théorie de Galois et le *Programme d'Erlangen* de Klein pour illustrer le problème de la relativité : fixer objectivement une classe de *relations* entre des objets donnés en s'appuyant sur le groupe de transformations qui préservent ces relations. Ce problème s'accorde avec le réalisme structural de Weyl, puisque, dans ce problème, il s'intéresse aux relations entre des objets et non à leurs propriétés intrinsèques. Il commence par décrire une situation abstraite :

> Supposons qu'un ensemble d'objets, que nous appellerons des points, nous soit donné. Les transformations, les applications biunivoques de cet ensemble sur lui-même qui préservent toutes les relations dotées d'une signification objective entre ces points forment un groupe, le groupe des automorphismes. [Weyl 1949, 535]

Il se réfère ensuite à la théorie de Galois :

> En théorie de Galois, les « points » sont les n racines $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ d'une équation algébrique de degré n avec des coefficients rationnels. Les relations objectives sont celles que l'on peut exprimer en termes d'opérations fondamentales d'addition, de soustraction, de multiplication et de division, i.e. toutes les relations de la forme

> $F(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) = 0$ où $F(x_1, \ldots, x_n)$ est un polynôme des n variables $x_1, \ldots, x_n$ à coefficients rationnels. (...) Une transformation est une permutation des n racines, un automorphisme est une permutation qui laisse toutes les relations algébriques $F(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) = 0$ avec des coefficients rationnels inaltérées ; les automorphismes forment le groupe de Galois. [Weyl 1949, 535]

Il évoque par analogie le *Programme d'Erlangen* :

> Les transitions entre (...) des systèmes de référence dans un espace de Klein trouvent leur expression dans un groupe Γ de transformations des coordonnées. Klein définit la géométrie par ce groupe que le mathématicien peut choisir comme il lui plaît : les relations entre points sont dites avoir une signification objective si elles sont invariantes relativement au groupe Γ (...). [Weyl 1949, 536]

Le théorème fondamental du *Programme d'Erlangen* affirme qu'à tout sous-groupe continu du groupe projectif $\mathrm{PGL}(3, \mathbb{C})$ agissant sur le plan projectif complexe correspond une géométrie à isomorphisme près. Une telle géométrie est définie comme l'ensemble des propriétés *invariantes* par le sous-groupe correspondant. Par analogie avec la théorie de Galois, cette *correspondance* est décroissante : plus le sous-groupe continu de $\mathrm{PGL}(3, \mathbb{C})$ pris en considération est étendu, moins il y a de propriétés géométriques laissées invariantes sous l'action de ce sous-groupe. De même, les principes d'invariance en physique mettent généralement en jeu un *rapport de correspondance*. C'est vrai du premier théorème de Noether qui trouve une application en mécanique classique et en relativité restreinte notamment. Voici comment on peut le formuler : supposons que l'intégrale d'action d'un système dynamique demeure invariante par un groupe de Lie $\mathfrak{G}$ à un nombre fini n de paramètres, alors on peut associer n lois de conservation aux n générateurs infinitésimaux de ce groupe. Il y a une *correspondance bijective* entre le nombre de paramètres de $\mathfrak{G}$ et le nombre de constantes de mouvement.

Cela posé, montrons que l'invariance est une généralisation du principe kantien de *permanence* (première analogie de l'expérience) :

> Dans tout changement des phénomènes, la substance persiste et son quantum n'augmente ni ne diminue dans la nature. [Kant 1980, A 182 ; B 224]

Les analogies de l'expérience sont des principes de l'entendement, i.e. des connaissances *a priori et transcendantales* qui déterminent les conditions de possibilité de nos connaissances empiriques. Kant montre que « la possibilité de l'expérience » est « ce qui donne une réalité objective à toutes nos connaissances *a priori* », c'est-à-dire ce qui fait que ces connaissances ne se réduisent pas à de simples pensées.

Par substance, Kant n'entend pas une chose en soi mais le substrat des phénomènes. Il montre que les déterminations temporelles que sont la simultanéité et la succession ne seraient pas possibles si elles n'étaient pas fondées sur un principe de permanence. Kant ne dit pas : il existe une substance inaltérable en dehors de nous, mais : si nous n'avions pas de « principe de permanence », alors les changements subis par les phénomènes seraient inintelligibles. Si tout variait, alors nous ne serions pas en mesure d'ordonner les phénomènes dans le temps et donc de connaître leurs changements. La catégorie de « substance » dérive du principe de permanence. Kant inverse donc le raisonnement « scolastique » fondé sur l'existence d'une substance érigée au rang de chose en soi et supposée permanente. Il montre qu'une telle argumentation prend un principe pour sa conséquence et inversement :

> de fait, dire que la substance est permanente, c'est là une proposition tautologique. En effet, cette permanence seule est la raison pour laquelle nous appliquons la catégorie de substance. [Kant 1980, A 184 ; B 227]

Les principes d'invariance généralisent le principe kantien de permanence à ceci près qu'ils s'appliquent à la forme des lois. Le principe de relativité ne nous dit pas que les lois de la nature renvoient au même substrat permanent quel que soit le référentiel adopté. Une telle formulation serait malheureuse, car le substrat en question vaudrait comme référentiel privilégié, ce que réfute le principe de relativité. Cette nuance nous invite à reformuler la première analogie : s'il n'y avait pas de principes d'invariance, alors il serait impossible de construire des connaissances, que celles-ci soient *a priori* ou empiriques. En particulier, dans le domaine de la physique, l'absence de tels principes empêcherait d'ordonner des « événements » et de formuler des lois de la nature. De même en mathématiques, l'absence de principes d'invariance rendrait toute classification d'entités abstraites impossible. Les exemples de la théorie de Galois et du *Programme d'Erlangen* mentionnés par Weyl confirment ce point.

Ajoutons enfin que l'invariance ne saurait être confondue avec le concept d'*absolu*. L'absolu s'entend au moins de deux manières : (1) on dit qu'un objet ou une proposition sont considérés dans l'absolu, s'ils sont inconditionnés ; (2) une chose est dite absolue, si elle est privilégiée par rapport à toute autre chose de même nature. Ces deux sens du terme « absolu » ne correspondent pas exactement à la notion d'invariance. En premier lieu, une loi n'est pas invariante dans l'absolu, mais *relativement* à un groupe de transformations. Ce point n'a pas échappé à Klein :

> La théorie des invariants est un concept relatif, on peut parler de théorie des invariants correspondant à chaque groupe de transformations. Cette idée est si naturelle qu'elle survient partout et spontanément dans les domaines d'application les plus divers, y compris en physique théorique. [Klein 1910, 287]

En second lieu, lorsque l'on dit qu'une chose existe absolument, on énonce de fait une hypothèse qui a été réfutée en physique. En outre, le fait de traduire la notion « d'invariance » des lois de la nature par l'idée selon laquelle elles seraient vraies « de tout temps et en tout lieu » conduit à une ambiguïté sur la notion d'invariance. En effet, cette expression peut nous faire croire en l'existence d'un temps et d'un espace absolus et elle suggère par ailleurs qu'une loi pourrait être formulée abstraction faite de tous référentiels. Le principe de relativité part justement de la prémisse selon laquelle ces derniers sont nécessaires pour localiser un événement et pratiquer des mesures dans une variété quadridimensionnelle. Outre cela, le principe de relativité affirme que les référentiels sont équivalents pour la formulation des lois de la nature. Cette équivalence veut dire que le principe de relativité est l'exact opposé du relativisme, qui prétend qu'une loi de la nature dépend du référentiel choisi.

Les distinctions conceptuelles que nous venons de rappeler sont déjà formulées par Cassirer dans un passage de *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* [Cassirer 1910]. Il se fonde sur le *Programme d'Erlangen* de Klein (1872) pour soutenir l'argument suivant :

> Redéfinie comme théorie des invariants, la géométrie traite des relations immuables, mais cette immutabilité n'a de sens qu'en fonction de certains grands schémas de déplacements qui constituent, en quelque sorte, l'arrière-plan formel destiné à en garantir, par contraste, la validité. Invariables, les propriétés géométriques le sont, non en soi, mais toujours par référence à un complexe de transformations possibles que nous présupposons implicitement. Constance et variabilité apparaissent alors comme des termes parfaitement corrélatifs, non définissables autrement que l'un par l'autre. (...) La condition dont il s'agit ici ne désigne nullement une propriété absolue appartenant à des objets donnés ; elle ne fait que marquer une relation avec un projet opératoire que nous choisissons comme système de référence. On voit s'amorcer par là un changement de signification gros de conséquence pour la catégorie générale de substantialité et qui va prendre progressivement un relief de plus en plus accusé ; la permanence rompt avec la persistance dans le temps de choses ou d'états de chose ; elle désigne désormais la relation indépendante, à l'intérieur d'un enchaînement fonctionnel, de certains éléments qui n'affirment leur indépendance que par comparaison avec d'autres. [Cassirer 1910, 119], [Cassirer 1977, 112–113]

Cassirer montre que les propriétés géométriques ne sont pas des qualités des objets, mais des relations *préservées* par un groupe de *transformations*, d'où la corrélation entre « constance et variabilité ». Ensuite, il affirme qu'il n'y a pas invariabilité dans l'absolu, mais relativement au « complexe » de transformations choisi. Enfin, il insiste sur le caractère fonctionnel et non pas seulement temporel d'une telle invariance lorsqu'il dit que « la permanence rompt avec la persistance dans le temps de choses ». Ceci implique de radicaliser la modification de la catégorie de substantialité initiée par Kant.

En réalité, seule la notion de symétrie au sens mathématique du terme recouvre celle d'invariance. Comme le montre Rosen [Rosen 1995, 4], une symétrie admet deux composantes : (1) la possibilité de changements ou de transformations, (2) la préservation de certaines propriétés sous l'action de ces changements qui, pris ensemble, forment un groupe. Cette définition générale étant posée, nous pouvons introduire quatre critères de classification des symétries en physique. (a) On distinguera symétries *discrètes* et symétries *continues*, selon que les groupes qui permettent de les définir sont discrets (finis ou infinis) ou « continus ». Dans le dernier cas, on a généralement affaire à des groupes qui admettent en outre une structure de variété lisse (resp. analytique), i.e. des groupes de Lie réels (resp. complexes). (b) On parlera de symétries *universelles* lorsqu'elles décrivent des changements de référentiels (c'est le cas des principes de relativité galiléen et einsteinien) et de symétries *internes* lorsqu'elles s'appliquent à l'étude d'*interactions spécifiques* pour un système donné. (c) Nous devons également différencier des principes de symétrie *globale* — qui entrent en ligne de compte en mécanique classique ou en relativité restreinte — et des principes de symétrie *locale* lorsque les paramètres qui les définissent dépendent de la position dans l'espace-temps — on peut alors mentionner l'exemple de la relativité générale et des théories de jauge. (d) Enfin, tous les principes de symétrie ne sont pas de nature géométrique.

À la suite de Wigner, on distinguera en effet les principes de symétrie *géométriques*, qui caractérisent l'espace-temps sur lequel on raisonne, et des principes de symétrie *dynamiques*, relatifs au type d'interactions dont on veut rendre compte. Par exemple, l'invariance par le groupe des translations dans l'espace, dans le temps ou par le groupe des rotations dans l'espace est un principe de symétrie géométrique. Par contre, l'invariance de jauge est un principe de symétrie dynamique auquel est attachée la conservation de l'électricité. Wigner ajoute la précision suivante : même si les principes de symétrie géométriques conditionnent la forme que prennent les lois de la nature, ils se rapportent également aux événements — en tant que points dans l'espace-temps sur lequel on opère [Wigner 1964, 17]. En revanche, les principes de symétrie dynamiques sont formulés « dans les termes des lois de la nature », [Wigner 1964, 17–18].

On peut accorder un sens plus restrictif à une symétrie en affirmant que deux configurations d'éléments sont symétriques si et seulement si on peut les *superposer*. Dans ce cas, une isométrie indirecte — qui ne conserve pas l'orientation de l'espace — implique une certaine *dissymétrie*. C'est par exemple le cas d'une réflexion dans le plan euclidien : une figure F et son image F' par une réflexion ne sont pas superposables *en général*. Cette dissymétrie, qui est au fondement de la distinction entre la gauche et la droite, n'a pas échappé à Kant, qui s'appuie d'ailleurs dans sa *Dissertation* de 1770 sur l'existence de figures incongruentes pour montrer que l'espace est originairement une intuition et non un concept. L'argument kantien est résumé par Lautman [Lautman 2006, 265] et Weyl [Weyl 1964, 37] ; ils l'associent au raisonnement mené par Pasteur pour distinguer les deux formes de cristaux d'acide tartrique en fonction de leur orientation géométrique :

> Les deux espèces de cristaux sont isomorphes et isomorphes avec le tartrate correspondant ; mais l'isomorphisme se présente là avec une particularité jusqu'ici sans exemple : c'est l'isomorphisme de deux cristaux dissymétriques qui se regardent dans un miroir. [Pasteur 1848, 78]

Pasteur indique les vertus heuristiques de la dialectique entre symétrie et dissymétrie pour rendre compte du fait que deux cristaux de même composition atomique peuvent dévier la lumière polarisée dans des sens opposés. Plus généralement, une symétrie conserve certaines propriétés, mais il est également nécessaire d'identifier celles qu'elle ne conserve pas. Ainsi, notre analyse du concept de symétrie montre que la symétrie ne doit pas être confondue avec les notions de permanence et d'absolu ; qu'il existe plusieurs types de symétries (discrète/continue, globale/locale, universelle/spécifique, géométrique/dynamique) ; que toute symétrie doit être pensée en rapport avec une certaine dissymétrie. D'ailleurs, comme le souligne Weyl, l'existence de dissymétries irréductibles dans l'observation des phénomènes atteste de leur contingence. Si les principes d'invariance conditionnent la formulation des lois de la nature, ils ne doivent pas être confondus avec le réel même et ils ne signifient pas que la nature serait *en elle-même symétrique* :

> Si la nature était entièrement réductible à des lois, tout phénomène possèderait la symétrie totale des lois universelles de la nature, telles qu'elles sont formulées par la théorie de la relativité. Le simple fait qu'il n'en est rien prouve que la *contingence* est une caractéristique essentielle du monde. [Weyl 1964, 35]

L'existence de dissymétries est donc corrélé, selon Weyl, à une irréductible contingence des phénomènes naturels.

3 Le statut et les fonctions des principes d'invariance

Venons-en au statut des principes d'invariance en physique. Nous parlons de « principes » et non de « loi ». Nous mettons en avant un rapport de conditionnant à conditionné entre un « principe d'invariance » et une « loi de la nature ». Il ne s'agit pas là d'un simple lien logique de « prémisse » à « conséquence ». Une loi doit s'accorder avec les conditions de l'expérience, par suite un principe d'invariance participe à la détermination de ces conditions. Cela posé, les arguments de Weyl et de Wigner permettent de clarifier le statut des principes d'invariance : il s'agit de connaissances qui, si l'on reprend des distinctions kantiennes tout en leur faisant subir une série de déplacements que nous expliciterons, sont *a priori* (Weyl) et même *transcendantales* (Wigner).

3.1 Principes d'invariance et connaissances *a priori* en physique

Dès l'introduction à *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Weyl affirme que les connaissances qui, en physique atomique, peuvent s'exprimer dans le langage de la théorie des groupes sont les plus sûres et les mieux établies.

> Group theory is of fundamental importance for quantum physics ; it here reveals the essential features which are not contingent on a special form of the dynamical laws nor on special assumptions concerning the forces involved. We may well expect that it is just this part of quantum physics which is most certain of a lasting place. [Weyl 1950, xxi]

Dans *Symétrie et mathématique moderne*, il généralise cet argument à d'autres théories physiques et il en précise le sens sur un plan épistémologique : « autant que je le sache, tous les résultats *a priori* de la physique ont eu leur origine dans la symétrie » [Weyl 1964, 124]. Il n'adopte donc pas un point de vue strictement empiriste. Il ne suppose pas non plus que tous les principes d'invariance sont *a priori,* mais que, jusqu'à preuve du contraire, toute connaissance *a priori* en physique est fondée sur un principe d'invariance. Il souligne de plus les fonctions prédictives des symétries dans diverses théories physiques. Les symétries permettent donc de structurer nos connaissances empiriques. Ces arguments se conforment donc au réalisme structural de Weyl. Il commence à y adhérer dès ses premiers travaux en mécanique quantique et il y reste attaché jusqu'à la fin de sa carrière, même s'il lui fait subir une série de modifications décrites dans [Scholz 2011]. Les thèses que Weyl défend dans *Symmetry* montrent qu'il a renoncé à la posture *aprioriste* qui était la sienne en 1918-1921 sans pour autant adhérer à un empirisme radical.

Nous pouvons nous fonder sur un exemple, postérieur aux réflexions de Weyl, pour mesurer la pertinence de son argument sur les symétries, à savoir le « eightfold way » de Ne'eman et Gell-Mann au début des années 1960. L'étude du groupe spécial unitaire SU(3) et de ses représentations irréductibles sert de support pour classer des particules et établir *a priori* l'existence de certaines d'entre elles. Intéressons-nous aux hadrons, i.e. les particules composées sensibles à l'interaction forte. Celle-ci est responsable de la cohésion du noyau d'un atome. Puisqu'ils sont chargés positivement, les protons devraient se repousser. Ce n'est pas le cas. La stabilité du noyau d'un atome est l'effet de l'interaction forte. Certains hadrons sont des fermions, c'est-à-dire des particules dont le moment angulaire intrinsèque ou spin est demi-entier. Les hadrons qui satisfont à cette propriété sont des baryons. C'est le cas du neutron et du proton. D'autres hadrons sont des bosons, i.e. des particules de spin entier. On parle alors de mésons. Jusqu'en 1955, on connaissait 7 baryons, le 8^{e} fut découvert en 1958. En revanche, on connaissait seulement 7 mésons. En 1960-1961, Gell-Mann et Ne'eman déterminent des familles complètes de mésons et de hadrons à partir de l'étude de certaines *symétries internes*. Ils prédisent *a priori* l'existence d'un huitième méson qui fut observé un an plus tard. Pour établir cette prédiction, ils s'appuient sur l'étude des représentations irréductibles de SU(3). Cet exemple montre que des arguments de symétrie permettent d'ordonner des particules et de prédire l'existence de certaines d'entre elles indépendamment de l'expérience [10].

Reste à savoir ce que Weyl entend par connaisance *a priori*. À strictement parler, une connaissance *a priori* est universelle et nécessaire. Qu'elle soit indépendante de l'expérience quant à son fondement ne signifie pas qu'elle soit inapplicable à l'expérience. La géométrie qui, pour Kant, ne contient que des connaissances synthétiques *a priori*, se conforme aux conditions de l'expérience. Bref, *a priori* ne veut dire ni *inconditionné* ni *sans rapport avec l'expérience*. Il n'en reste pas moins qu'un jugement *a priori* ne dérive pas de l'expérience.

Cela posé, la nécessité invoquée par Kant pour caractériser les connaissances *a priori* conduit à penser qu'elles ne sont pas révisables [11] Il nous semble pourtant que, chez Weyl, le terme *a priori* n'a pas le caractère de stricte nécessité que l'on trouve chez Kant. À vrai dire, l'hypothèse de connaissances *a priori* révisables n'est pas nouvelle. Dans *Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori*, Reichenbach affaiblit la notion de jugement *a priori* en attribuant deux significations à ce concept. Une connaissance est *a priori* en un premier sens lorsqu'elle *constitue* un objet auquel elle donne un sens *déterminé*. Une connaissance est *a priori* en un second sens lorsqu'elle est universelle et nécessaire [Reichenbach 1920, 46]. En ne retenant que la première définition, Reichenbach affaiblit donc le sens des connaissances *a priori* tout en maintenant qu'elles ne *dérivent* pas de l'expérience.

Il établit dans ce même ouvrage une nette dichotomie entre les mathématiques et la physique. Très schématiquement, les mathématiques se rapporteraient à un monde logique, alors que la physique renverrait à des choses du monde réel. Il identifie par ailleurs les connaissances *a priori* de la physique à des principes de coordination qu'il considère comme les composantes rationnelles d'une science empirique. Il s'agit de principes « constitutifs » qui rendent

10. Pour une description des travaux de Ne'eman et Gell-Mann, voir notamment [Kosmann-Schwarzbach 2005, 128 et suiv.].

11. [Kant 1980, B 3] : « L'expérience nous enseigne bien que quelque chose est fait ainsi ou autrement, mais non pas que ce ne puisse être autrement. S'il se trouve (...) une proposition, qui est en même temps pensée comme comportant nécessité, elle est alors un jugement *a priori* ».

possibles les déterminations métriques entre des phénomènes. Ces principes renvoient aux diverses structures métriques que l'on peut *a priori* assigner à une variété différentielle quadridimensionnelle pour pouvoir ensuite relier rationnellement les événements de l'univers.

Cependant, la notion de « principe de coordination » ne correspond pas complètement à ce que pourraient être des connaissances *a priori* en physique. L'argument de Reichenbach n'échappe pas à l'objection que Lautman adresse aux thèses qui satisfont aux présupposés suivants : (i) réduction des mathématiques à un système de jugements *analytiques a priori*, (ii) dichotomie entre les sciences formelles et les sciences de la nature. Voici l'objection de Lautman :

> Les mathématiques fourniraient le système de coordonnées dans lequel s'inscrivent les données physiques. Cette conception ne paraît guère défendable puisque la physique moderne, loin de maintenir la distinction d'une forme logique et d'une matière physique, unit au contraire données spatio-temporelles et données matérielles dans l'armature commune d'un mode de représentation synthétique des phénomènes ; que ce soit par la représentation tensorielle de la théorie de la relativité ou par les équations hamiltoniennes de la mécanique. [Lautman 2006, 49]

L'expression « système de coordonnées » renvoie aux « principes de coordination ». En outre, l'idée de Lautman selon laquelle la mathématisation d'une théorie physique permet une « représentation synthétique des phénomènes » se situe aux antipodes de toute tentative de réduction des mathématiques à un système de jugements *analytiques a priori*.

Nous entendons justement montrer que les principes d'invariance participent à une « re-présentation synthétique des phénomènes ». On ne saurait les réduire à des principes de coordination. La redéfinition du concept d'*a priori* qui nous semble la plus conforme aux arguments lapidaires de Weyl est due à Granger :

> Nous voulons seulement indiquer par ce mot une connaissance qui :
>
> 1/ n'est pas strictement déterminée par l'expérience (même si le sont certaines de ses conséquences, dans un système donné de description des phénomènes) ;
>
> 2/ est posée comme *régulatrice* de l'acquisition et de la formulation d'un savoir empirique. [Granger 1994, 293]

En disant que les principes d'invariance sont des connaissances *a priori*, Weyl n'affirme pas qu'il s'agit d'énoncés mathématiques déguisés : ils sont liés aux conditions de l'expérience. À cela s'ajoute qu'ils ne sont pas *purement a priori*, car certains de leurs concepts seraient *vides* si on ne les rapportait pas, même indirectement, à des objets de l'expérience. Par suite, on peut toujours formuler des conséquences empiriquement testables à partir d'eux. Cependant, ils ne dérivent pas de l'expérience, car ils doivent être présupposés pour que nous puissions saisir des phénomènes ou des événements et les *constituer* en objets de connaissance.

Pour confirmer ce point, revenons au principe einsteinien de relativité : tous les référentiels inertiels en mouvement de translation uniforme les uns par rapport aux autres sont équivalents pour la formulation des lois de la nature. Si l'on déroge à cette universalité, alors on admet l'existence d'un référentiel privilégié. Or cette dernière hypothèse est contredite par l'expérience. Par ailleurs, ce principe conditionne la forme des lois de la nature. S'il dérivait de l'expérience, il serait induit à partir des lois de la nature, ce qui n'est pas. On sait en outre que le principe einsteinien de relativité, qui s'applique indistinctement aux lois de la mécanique et de l'électrodynamique, rend raison de l'expérience de Morley-Michelson, mais il n'est pas issu d'elle. Celle-ci nous dit seulement : le supposé mouvement de la terre par rapport à l'éther est indétectable. Mais elle ne nous donne pas le principe qui conduit à rejeter un tel référentiel. Le principe de relativité a donc une double fonction : (i) il permet de réfuter l'hypothèse de l'éther, (ii) il s'accorde avec une conception déductiviste des théories physiques, les lois de la nature étant déduites du principe de relativité auquel Einstein joint la « loi » de propagation de la vitesse de la lumière dans le vide à titre de second principe [12].

3.2 Les principes d'invariance comme connaissances « transcendantales »

La question est maintenant de savoir si les principes d'invariance ne s'apparentent pas à ce que Kant appelle des connaissances *transcendantales*. Ils jouent alors le rôle de conditions de possibilité des connaissances en physique. Ils auraient un statut comparable aux *principes de l'entendement* de Kant. Rappelons que ce dernier établit une hiérarchie entre les *lois de la nature* et les *principes de l'entendement*. Les « lois de la nature » sont des « lois de l'usage empirique de l'entendement » :

> On n'est donc véritablement pas exposé ici à prendre des principes empiriques pour des principes de l'entendement pur, ou inversement ; car la nécessité selon des concepts, qui caractérise les principes de l'entendement pur, et dont on perçoit aisément le manque

12. E. Cassirer souligne la différence de statut entre le principe de relativité et la loi de propagation de la lumière dans le vide dans [Cassirer 2000, 57] : « Dans le premier cas, il est empiriquement établi qu'il y a une vitesse exactement déterminée, et possédant une valeur finie, qui conserve cette valeur dans tout système indépendamment de leur état de mouvement ; dans le second, on établit une *maxime* générale pour l'étude de la nature qui doit servir de "moyen heuristique dans la *recherche* des lois générales de la nature" ».

> dans toute proposition empirique, si universelle qu'en soit la valeur, peut aisément prévenir cette confusion. [Kant 1980, A 159 ; B 198]

Les lois de la nature ne sont pas *a priori,* puisqu'elles dépendent de l'entendement dans son usage empirique ; en revanche les principes de l'entendement pur sont indépendants de l'expérience. D'une part, les lois de la nature sont conditionnées par les « principes de l'entendement », d'autre part l'expérience donne « le cas particulier » censé se conformer aux lois de la nature. Les arguments défendus par Wigner sur les « principes d'invariance » ne modifient pas la hiérarchie établie par Kant entre l'expérience, les lois de la nature et les principes de l'entendement. Wigner substitue la notion d'événement à celui de phénomène et il remplace les principes de l'entendement par les principes d'invariance qui, d'après les arguments précédents, sont *a priori* en un sens affaibli :

> The progression from events to laws of nature, and from laws of nature to symmetry or invariance principles, is what I meant by the hierarchy of our knowledge of the world around us. [Wigner 1963, 30]

Wigner n'affirme pas que les lois seraient induites à partir des événements et que les principes d'invariance seraient eux-mêmes induits à partir des lois de la nature. Il montre au contraire qu'à partir du développement de la relativité restreinte, les principes d'invariance sont des contraintes *a priori* qui s'exercent sur la forme que peuvent prendre les lois de la nature. Ils rendent même possible la formulation de telles lois : si tout variait, les rapports entre les événements n'auraient aucune stabilité et ils ne pourraient pas faire l'objet d'une connaissance. Le rapprochement que nous avons établi plus haut entre les principes d'invariance et le principe kantien de permanence n'est pas fortuit : dans les deux cas, nous avons affaire à des connaissances *transcendantales* et non pas seulement *a priori.* Ainsi, Weyl et Wigner répondent à des problèmes directement issus de la théorie kantienne de la connaissance lorsqu'ils se demandent respectivement : (a) quel est le critère de démarcation entre jugements *a priori* et *a posteriori* en physique ? (b) quelles sont les conditions qui président à la formulation des lois de la nature ?

Wigner remarque que cette hiérarchie entre principes d'invariance et lois de la nature n'a rien de spontané historiquement. Il considère « L'électrodynamique des corps en mouvement » d'Einstein (1905) comme une inversion décisive du rapport entre « lois de la nature » et « principes d'invariance ». Einstein reformule les lois de la nature en fonction de l'invariance de Lorentz [13]. Wigner tire de cet argument un critère de démarcation entre les interprétations d'Einstein et de Poincaré au sujet du principe de relativité. Si

13. [Wigner 1979, 5] : "[Einstein's] Papers on special relativity also mark the reversal of a trend : until then, the principles of invariance were derived from the laws of motion. (. . .) It is now natural for us to try to derive the laws of nature and to test

tous deux reconnaissent sa validité, seul Einstein l'érige au rang de principe directeur pour la formulation des lois de la nature. *A contrario*, Poincaré fait dériver le groupe spécial de Lorentz des équations de l'électrodynamique qui, par définition, sont établies empiriquement. Leurs raisonnements respectifs ne sont pas assimilables [Wigner 1979, 5].

La hiérarchie établie par Wigner entre principes d'invariance et lois de la nature ne conduit pas à neutraliser le concept de loi de la nature. Les principes d'invariance se rapportent en physique aux lois de la nature. On le voit assez avec le principe de relativité ou les théorèmes de Noether. Par analogie, imaginons qu'au début du *Programme d'Erlangen*, Klein n'ait pas spécifié les propriétés géométriques préservées par un groupe de transformations. Son théorème fondamental serait alors dénué de sens. Les lois de la nature se caractérisent en physique par le fait qu'elles dépendent de principes d'invariance ; dans le même temps, c'est par elles que de tels principes sont effectifs. De plus, les lois de la nature ordonnent des événements empiriques. Il faut donc bien que l'on ait un « intermédiaire » appelé « lois de la nature » entre des principes d'invariance et des événements ou des états.

Pour finir, l'exemple des principes d'invariance montre qu'il n'y a pas de rapport d'extériorité entre une théorie physique et sa mathématisation. Un tel rapport signifierait que l'on peut toujours décider si un énoncé appartenant à une théorie physique est observationnel ou formel. Or, il existe en physique des principes dont la formalisation mathématique et les implications physiques sont comme le recto et le verso d'une même feuille. Si l'on supprime l'un de ces deux termes, le principe se trouve anéanti. C'est le cas du *principe de Wigner* en mécanique quantique [Wigner 1959, 119] : chaque niveau d'énergie d'un système quantique est en correspondance avec l'une des représentations irréductibles du groupe de symétries complet de son hamiltonien, c'est-à-dire de l'observable représentant l'énergie. Il met en jeu une *correspondance* entre les représentations irréductibles du groupe de symétries complet et les niveaux d'énergie d'un système quantique donné. En outre, on peut qualifier cet énoncé d'*a priori* au sens de Granger. Enfin, il se situe à l'intersection entre une théorie mathématique et une théorie physique. Il ne s'agit pas d'un simple principe de coordination introduit pour formaliser de l'extérieur la mécanique quantique en s'appuyant sur les représentations de groupes. En réalité, il permet d'étudier, de proche en proche, des systèmes quantiques de complexité croissante en faisant intervenir à parts égales concepts mathématiques et concepts physiques.

---

their validity by means of the laws of invariance, rather than to derive the laws of invariance from what we believe to be the laws of nature."

Conclusion

Les travaux de Weyl et de Wigner consacrés à la mathématisation de la mécanique quantique constituent le point de départ d'une série de réflexions épistémologiques sur le statut, les fonctions et la portée des principes d'invariance en physique. Tout d'abord, ces derniers permettent de caractériser les lois de la nature. En effet, une loi de la nature n'est pas seulement un énoncé général, à la fois prédictif et explicatif (condition nécessaire), elle doit demeurer formellement invariante par un groupe de transformations convenablement choisi (condition suffisante). Ainsi, l'invariance de Lorentz conduit Einstein à réformer l'ensemble des lois de la mécanique dès 1905. De même, en relativité générale, le principe de covariance générale — selon lequel les lois de la nature doivent être généralement covariantes sous l'action du groupe des difféomorphismes d'espace-temps — est déterminant pour établir l'équation d'Einstein reliant le tenseur d'Einstein et le tenseur métrique au tenseur d'énergie-impulsion. Cette équation permet de déterminer la structure métrique de l'espace-temps et de mesurer les effets gravitationnels avec une précision remarquable. Un haut niveau de prédictivité va ici de pair avec la contrainte du principe de covariance générale.

Les principes d'invariance servent de critère suffisant pour distinguer une généralisation accidentelle et une loi de la nature en physique. Nous avons cependant noté l'existence d'énoncés vides de sens qui satisfont à des principes d'invariance. C'est le cas de l'équation de Klein-Gordon. De plus, les principes de symétrie ont une fonction heuristique pour construire des lois de la nature comme en témoigne l'exemple de la mécanique relativiste. Mais il y a plus. Nous avons montré qu'ils ne dérivent pas de l'expérience. En réalité, ils peuvent recevoir le statut de connaissances *a priori* en un sens affaibli. Pour le dire autrement, ils viennent structurer notre connaissance de la réalité empirique. Plus radicalement, comme le souligne Wigner, ils sont une condition sans laquelle il serait tout simplement impossible de formuler une loi de la nature. Enfin, pour Weyl et Wigner, les principes d'invariance servent d'interface entre les lois de la nature et certains concepts mathématiques nécessaires à la formalisation d'une théorie physique, en particulier celui de groupe. Nous avons illustré ce point en nous référant au principe de Wigner.

Bibliographie

Borrelli, Ariana

2009 The emergence of selection rules and their encounter with the group theory (1913-1927), *Studies in History and Philosophy of Science. Part B : Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 40, 327–337.

CASSIRER, ERNST

1910 *Substanzbegriff und Funktionsbegriff, Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*, Berlin : Bruno Cassirer.

1977 *Fonction et concept, Éléments pour une théorie du concept*, Paris : Éditions de Minuit, trad. Caussat, édition originale : 1910.

2000 *La Théorie de la Relativité d'Einstein*, Paris : Éditions du cerf, trad. Seidengart, édition originale : 1921.

ECKES, CHRISTOPHE

2011 *Groupes, invariants et géométries dans l'œuvre de Weyl (1910-1931)*, Thèse de doctorat, Universités Lyon 1 et Lyon 3.

GOODMAN, NELSON

1984 *Faits, fictions et prédictions*, Paris : Éditions de Minuit, trad. P. Jacob, édition originale : 1954.

GRANGER, GILLES-GASTON

1994 *Formes, opérations, objets*, Paris : Vrin.

KANT, EMMANUEL

1980 *Critique de la raison pure*, Paris : Gallimard, trad. Delamarre et Marty, édition originale : 1787.

2007 *Dissertation de 1770*, Paris : Vrin, trad. Pelletier.

KISTLER, MAX

1999 *Causalité et lois de la nature*, Paris : Vrin.

KLEIN, FELIX

1884 *Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grades*, Leipzig : Teubner.

1910 Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 19, 281–300.

KOSMANN-SCHWARZBACH, YVETTE

2005 *Groupes et symétries*, Palaiseau : Éditions de l'École Polytechnique.

2010 *The Noether Theorems, Invariance and Conservation Laws in the Twentieth Century*, Berlin : Springer.

KOSMANN-SCHWARZBACH, YVETTE & MEERSSEMAN, LAURENT

2004 *Les Théorèmes de Noether, invariance et lois de conservation au* XX^e^ *siècle*, Palaiseau : Éditions de l'École Polytechnique.

LAUTMAN, ALBERT

2006 *Les Mathématiques et le Réel physique*, Paris : Vrin.

MINKOWSKI, HERMANN

1909a Espace et temps, *Annales de l'ÉNS*, 26, 500–517.

1909b Raum und Zeit, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 18, 75–88.

1915 Das Relativitätsprinzip, *Annalen der Physik*, 45, 927–938.

NOETHER, EMMY

1918 Invariante Variationsprobleme, *Göttinger Nachrichten*, 235–257.

PASTEUR, LOUIS

1848 Recherches sur les relations qui peuvent exister entre la forme cristalline, la composition chimique et le sens de la polarisation rotatoire, dans *Œuvres complètes de Louis Pasteur*, Paris : Masson, t. 1, 65–80, 1922, édition originale dans les *Annales de chimie et de physique*, 3e série, XXVI, 442–459 .

REICHENBACH, HANS

1920 *Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori*, Berlin : Springer.

RITTER, JIM & GOLDSTEIN, CATHERINE

2003 The varieties of unity: Sounding unified theories 1920-1930, dans *Revisiting the Foundations of Relativistic Physics*, édité par ASHTEKAR, A. *et al.*, Dordrecht : Kluwer, 93–149.

ROSEN, JOSEPH

1995 *Symmetry in Science*, New York, Berlin, Heidelberg : Springer.

RYCKMAN, THOMAS

2005 *The Reign of Relativity*, New York : Oxford University Press.

SCHNEIDER, MARTINA R.

2011 *Zwischen zwei Disziplinen. B. L. van der Waerden und die Entwicklung der Quantenmechanik*, Berlin : Springer.

SCHOLZ, ERHARD

1989 *Symmetrie, Gruppe, Dualität*, Basel : Birkhäuser.

2000 Weyls Infinitesimalgeometrie, 1917-1925, dans *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie, and a general introduction to his scientific work*, édité par Scholz, E., Basel, Berlin, Boston : Birkhäuser, 48–104.

2006 Introducing groups into quantum theory (1926-1930), *Historia Mathematica*, 33, 440–490.

2011 Mathematische Physik bei Hermann Weyl — zwischen „Hegelscher Physik“ und „symbolischer Konstruktion der Wirklichkeit“, dans *Mathematics Meets Physics. A contribution to their interaction in the 19th and the first half of the 20th century*, édité par Schlote, K.-H. & Schneider, M., Frankfurt-am-Main : Harri Deutsch, 183–212.

Schönflies, Arthur Moritz

1886 Über Gruppen von Bewegungen, erste Abhandlung, *Mathematische Annalen*, 28, 318–342.

1887 Über Gruppen von Bewegungen, zweite Abhandlung, *Mathematische Annalen*, 29, 50–80.

1891 *Krystallsysteme und Krystallstructur*, Berlin : Springer, 1984.

Speiser, Andreas

1937 *Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung*, Berlin : Springer, 3e éd.

von Neumann, John

1928 *Brief an Weyl, 16. 07. 1928*, Zürich : *ETH-Bibliothek*, Hs 91 : 680.

Weyl, Hermann

1918 *Raum, Zeit, Materie*, Berlin : Springer.

1938 Symmetry, *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 28(6), 253–271, GA III, 592–610.

1949 Relativity theory as a stimulus in mathematical research, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 93(7), 535–541, GA IV, 394–400.

1950 *Group Theory and Quantum Mechanics (1931)*, New York : Dover.

1952 *Symmetry*, Princeton : Princeton University Press.

1964 *Symétrie et mathématique moderne*, Paris : Flammarion, trad. Guilbaud, édition originale : 1952.

2009 *Mind and Nature, Selected Writings on Philosophy, Mathematics, and Physics*, Princeton : Princeton University Press.

Wigner, Eugene

1927a Einige Folgerungen aus der Schrödingenrschen Theorie für die Termstrukturen, *Zeitschrift für Physik*, 43, 624–652.

1927b Über nicht kombinierende Terme in der neueren Quantentheorie, erster Teil, *Zeitschrift für Physik*, 40, 492–500.

1927c Über nicht kombinierende Terme in der neueren Quantentheorie, zweiter Teil, *Zeitschrift für Physik*, 40, 883–892.

1928 Über die Erhaltungssätze in der Quantenmechanik, *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 375–381.

1931 *Gruppentheorie und ihre Anwendungen auf die Quantenmechanik der Atomspektren*, Braunschweig : Vieweg.

1959 *Group Theory and its Application to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra*, New York : Academic Press Inc., édition originale : 1931.

1963 The role of invariance principles in natural philosophy, Address at the 10th anniversary of the Scuola Internationale di Fisica "Enrico Fermi", dans *Symmetries and Reflections*, Woodbridge : Ox Bow Press, 28–37, 1979.

1964 Symmetry and conservation laws, dans *Symmetries and Reflections*, Woodbridge : Ox Bow Press, 14–27, 1979.

1979 Invariance in physical theory, dans *Symmetries and Reflections*, Woodbridge : Ox Bow Press, 3–13.

Wigner, Eugene & von Neumann, John

1928a Zur Erklärung einiger Eigenschaften der Spektren aus der Quantenmechanik des Drehelektrons, erster Teil, *Zeitschrift für Physik*, 47, 203–220.

1928b Zur Erklärung einiger Eigenschaften der Spektren aus der Quantenmechanik des Drehelektrons, zweiter Teil, *Zeitschrift für Physik*, 49, 73–94.