



# Analyse des interdépendances non linéaires des principaux marchés boursiers de la zone euro

Rachida Hennani, Michel Terraza

DANS **REVUE D'ÉCONOMIE POLITIQUE** 2017/1 Vol. 127 , PAGES 47 À 70

ÉDITIONS **DALLOZ**

ISSN 0373-2630

DOI 10.3917/redp.271.0047

Date de mise en ligne : 03/03/2017

Article disponible en ligne à l'adresse

<https://shs.cairn.info/revue-d-economie-politique-2017-1-page-47?lang=fr>



Découvrir le sommaire de ce numéro, suivre la revue par email, s'abonner...  
Scannez ce QR Code pour accéder à la page de ce numéro sur Cairn.info.



**Distribution électronique Cairn.info pour Dalloz.**

Vous avez l'autorisation de reproduire cet article dans les limites des conditions d'utilisation de Cairn.info ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Détails et conditions sur [cairn.info/copyright](http://cairn.info/copyright).

Sauf dispositions légales contraires, les usages numériques à des fins pédagogiques des présentes ressources sont soumises à l'autorisation de l'Éditeur ou, le cas échéant, de l'organisme de gestion collective habilité à cet effet. Il en est ainsi notamment en France avec le CFC qui est l'organisme agréé en la matière.

# Analyse des interdépendances non linéaires des principaux marchés boursiers de la zone euro

Rachida Hennani\*  
Michel Terraza†

Cet article analyse les interdépendances non linéaires susceptibles d'exister au sein de la zone euro. Nous introduisons un modèle dynamique original qui est une combinaison du modèle de Mackey-Glass bivarié et bruité de Kyrtsou et Labys [2006], étendu à un cadre multivarié, avec une spécification GJR-GARCH à corrélations conditionnelles dynamiques. L'application empirique menée sur sept indices boursiers de la zone euro sur une période allant du 28/11/2003 au 25/11/2012 met en exergue plusieurs interdépendances mécaniques. Les relations détectées en moyenne confirment le rôle moteur du couple d'indices franco-allemand, une organisation des pays de l'Europe du Sud autour de l'indice italien et l'isolement des indices hellénique et irlandais. L'interdépendance psychologique, mise en évidence par la spécification DCC-GJR-GARCH, révèle deux groupes particuliers : le premier est composé des indices ATHEX, CAC, ISEQ, IBEX et DAX et le second concerne les indices italien et portugais. Nous constatons de fortes corrélations pour le couple franco-allemand tandis que nous relevons une décorrélation, dans le premier groupe des indices CAC, DAX, ISEQ, IBEX avec l'indice hellénique au lendemain de la crise des dettes souveraines. Les autres indices sont caractérisés par des interdépendances psychologiques instables sur la période d'étude.

**DCC-GJR-GARCH – GARCH multivarié – Mackey-Glass – interdépendances – marchés boursiers**

## *Nonlinear Interdependencies of Europeans Stock Markets Indices*

This paper analyzes the interdependencies of stock markets indices in the euro zone. We introduce an original dynamic model which is a combination of the noisy bivariate Mackey-Glass model of Kyrtsou and Labys [2006], extended in a multivariate framework, with DCC-GJR-GARCH errors. The empirical application conducted on seven market indices in the euro zone over the period from 11/28/2003 to 11/25/2012 high-

\* LAMETA (UMR CNRS 5474), Université de Montpellier, *Correspondance* : LAMETA (UMR CNRS 5474), Université de Montpellier, Avenue Raymond Dugrand, Site de Richter CS 79606, Montpellier Cedex 1, France. *Courriel* : rachida.hennani@lameta.univ-montp1.fr, *Tél* : +33(0)4.34.43.25.54

† LAMETA (UMR CNRS 5474) Université de Montpellier, *Correspondance* : LAMETA (UMR CNRS 5474), Université de Montpellier, Avenue Raymond Dugrand, Site de Richter CS 79606, Montpellier Cedex 1, France. *Courriel* : michel.terraza@lameta.univ-montp1.fr, *Tél* : +33(0)4.34.43.25.61

lights several mechanical interdependencies. The relationship detected in the mean equation confirm the leading role of the French and German indices, an organization of Southern Europe countries around the Italian index and the isolation of Greek and Irish indices. The psychological interdependencies revealed by the specification DCC-GJR-GARCH show two particular groups: the first is composed of ATHEX, CAC, ISEQ, IBEX and DAX indices and the second concerns the Italian and Portuguese indices. We find strong correlations for the Franco-German couple while we note a de-correlation, in the first group between CAC, DAX, ISEQ, IBEX with the Hellenic index following the sovereign debt crisis. The other indices are characterized by unstable psychological interdependencies on the study period.

***DCC-GJR-GARCH – multivariate GARCH – Mackey-Glass – interdependencies, stock market indices***

*Classification JEL: C01, C32, C58, F45, G10*

## 1. Introduction

Les récentes crises financières survenues dans le Vieux Continent ont conduit à une fragilisation importante de la monnaie unique. Les déficits budgétaires record enregistrés par ces pays ont favorisé une méfiance croissante vis-à-vis des États et notamment des titres émis par ces derniers. L'accroissement du montant de la dette a conduit les agences de notation à envisager un risque de défaut des États européens les plus modestes, ce qui a entraîné une augmentation des taux d'intérêt et par conséquent de la charge d'intérêt totale que ces États devaient rembourser. La crise de la dette grecque est l'incarnation même de la méfiance des marchés vis-à-vis d'un État fortement endetté avec un déficit budgétaire relativement important<sup>1</sup>. La panique qui a gagnée les marchés financiers est notamment due à une interdépendance importante des États et des marchés européens. Une monnaie unique et plusieurs dettes publiques de pays économiquement hétérogènes conduit les investisseurs à établir des choix qui favorisent les pays européens les plus riches au détriment des pays plus modestes. Parallèlement à cette crise du marché obligataire, les indices boursiers chutent fortement à cause de la méfiance des investisseurs mais aussi des titres de l'État grec figurant dans de nombreux portefeuilles. Ces événements ont accentué les conséquences de la crise des subprimes, démarrée aux États-Unis et dont l'impact s'est répandu sur différents pays. Reinhart et Rogoff [2009] identifient 3 caractéristiques inhérentes aux crises financières dites sévères, à l'instar de la crise des subprimes : une crise profonde et durable sur le marché des actifs, une baisse importante de la production et une montée du chômage et une explosion de la valeur réelle des dettes gouvernementales. Cette dernière caractéristique est imputée à une baisse des

1. En 2010, l'endettement de la Grèce est d'environ 120 % du PIB, son déficit budgétaire s'élève à 13 % du PIB (Gros et Mayer [2010]).

recettes fiscales due à une diminution de la production. La crise des dettes européennes serait donc une conséquence de la crise des subprimes. La mise en évidence des relations d'interdépendances a déjà fait l'objet de nombreux travaux et un certain nombre d'instruments et de modélisations ont été proposés pour tenir compte non seulement des ces phénomènes mais aussi du caractère non linéaire des dynamiques qui caractérisent les séries financières. Les modèles permettant de prendre en compte ces dynamiques peuvent être stochastiques ou déterministes. L'idée d'une combinaison d'un modèle capable de générer des structures chaotiques pour l'équation de la moyenne et d'un modèle stochastique pour l'équation de la variance a été initialement proposée par Kyrtsov et Terraza [2002, 2003]. La détection de structures chaotiques dans les séries financières est confirmé par Guégan [2009], Guégan et Hoummiya [2005] entre autres. L'objectif de ce papier est de mettre en évidence les relations d'interdépendances qui peuvent exister entre différents indices européens en supposant que ces indices sont générés par une dynamique non linéaire de type chaos stochastique. Nous retenons un modèle capable de décrire en moyenne les interdépendances dites mécaniques, résultantes des caractéristiques liées aux fondamentaux d'une économie et en variance les interdépendances psychologiques attribuées aux comportements spéculatifs sur les marchés.

Dans un premier point, nous revenons sur les particularités de l'Union Économique et Monétaire (UEM) et sur la nécessité de révéler les interdépendances au sein de cette union. Nous introduisons, dans la deuxième section, une nouvelle spécification en combinant le modèle de Mackey-Glass à une spécification GJR-GARCH avec des corrélations conditionnelles dynamiques. La troisième section présente les résultats de l'analyse empirique sur 7 indices boursiers européens : elle met en exergue 3 interdépendances mécaniques entre les indices CAC-DAX, CAC-SP, et SP-IBEX. Les relations détectées en moyenne confirment le rôle moteur du couple d'indices franco-allemand, d'une organisation des indices des pays de l'Europe du Sud autour de l'indice italien et de l'isolement des indices hellénique et irlandais dans la sphère financière de l'UEM. L'interdépendance psychologique, mise en évidence par la spécification DCC-GJR-GARCH révèle deux groupes particuliers : le premier est composé des indices ATHEX, CAC, ISEQ, IBEX et DAX et le second concerne les indices italien et portugais. Nous constatons de fortes corrélations pour le couple franco-allemand tandis que nous relevons une décorrélation, dans le premier groupe des indices CAC, DAX, ISEQ, IBEX avec l'indice hellénique au lendemain de la crise des dettes souveraines. Les autres indices sont caractérisés par des interdépendances psychologiques instables sur la période d'étude. Nous formulons, dans une dernière section, quelques remarques conclusives.

## 2. Relations d'interdépendances dans la zone euro : entre particularismes de l'UEM et processus d'intégration avancée

La mise en évidence de relations d'interdépendances entre différents pays, indices ou actifs financiers relève d'un double impératif : sur un plan microéconomique, la détection des interdépendances doit permettre aux investisseurs d'améliorer la construction de leurs portefeuilles, d'anticiper les retournements éventuels des cours financiers et par conséquent, de prévenir d'une augmentation des risques. Sur le plan macroéconomique, les relations d'interdépendances sont étroitement liées au risque systémique dont les conséquences désastreuses sur l'économie ont conduit les autorités prudentielles à exiger une plus grande transparence des liens qui peuvent exister entre deux actifs financiers. L'étude et la détection de ces relations au sein de la zone euro revêt un caractère particulier tant par l'exception que représente l'Union Économique et Monétaire que par la méthodologie utilisée pour rendre compte de ces phénomènes.

### 2.1. Détecter les liens : une nécessité commune pour les investisseurs et les régulateurs

La principale instance réglementaire internationale que représente le Comité de Bâle a réitéré, dans le cadre de Bâle III et au travers de la notion de risque systémique, l'importance de l'identification des relations entre différents actifs financiers et plus largement entre les pays. Les interdépendances entre pays, symptomatiques d'une forte intégration financière, sont dites de long terme et la nature de ces relations reste inchangée quelle que soit la période d'étude. La constance de ces relations exige une identification parfaite des liens afin de les intégrer dans l'évaluation des risques. Cette nécessité est aussi partagée par les investisseurs qui doivent inclure dans leurs critères de choix d'investissement les liens existants entre les différents actifs. L'identification des interdépendances a une visée différente selon qu'elle soit exigée par une instance réglementaire ou voulue par un investisseur. Dans le premier cas, cette nécessité a un caractère obligatoire qui s'inscrit dans un objectif général que constitue la stabilité du système financier international. Il est question, dans ce cas, de limiter les risques en relevant les interdépendances existantes. Pour un investisseur, l'identification des interdépendances peut être motivée par diverses raisons dont l'évaluation du risque et l'appât du gain constituent les principales motivations.

## 2.2. Quelles relations entre les pays de la zone euro ? Particularités d'une union inachevée

Les théories de l'intégration financière et les études empiriques relatives à ces questions s'accordent sur les gains d'une intégration financière réussie. L'enjeu fondamental de ces processus, largement soutenu au niveau européen, est de favoriser la convergence des économies. L'union qui résulte de l'intégration financière présente des caractéristiques homogènes qui lui permette de favoriser l'entrée de capitaux extérieurs, de diversifier les risques, de garantir une stabilité du système bancaire et surtout de promouvoir une discipline macroéconomique au sein de l'Union. La construction de l'Europe s'inscrit dans un objectif d'intégration financière optimale telle que l'a défini Mundell [1961]. Elle s'est construite par un processus en plusieurs étapes mais qui est aujourd'hui confronté à une double situation paradoxale représentée d'une part par la coexistence d'une union avancée qui partage une monnaie unique aux côtés d'une union européenne qui intègre des pays ayant adopté l'euro et d'autres ayant gardé leur souveraineté monétaire. Par ailleurs, elle est confrontée à l'opposition d'une grande partie de l'opinion publique de la poursuite de l'intégration politique et financière, synonyme de l'abandon par les États des souverainetés budgétaire, économique et politique. En l'état, l'UEM favorise les interdépendances entre les différents pays qui ne sont plus confrontés aux aléas des taux de change monétaires. Le lien entre intégration financière et interdépendance est assez intuitif en ce sens où l'intégration financière favorise les interdépendances mais les interdépendances économiques encouragent l'intégration financière. Les interdépendances, qui peuvent transiter par le canal commercial ou via les marchés financiers, véhiculent des chocs entre les fondamentaux donnant lieu à une transmission entre les pays qui ne peut être qualifiée de contagion. La spécificité de l'UEM permet d'envisager de solides relations d'interdépendance qu'il faut mettre en évidence. A cette exception que constitue cette union, s'ajoutent les limites des mesures standards pour révéler les relations susceptibles d'exister entre deux actifs financiers. L'usage d'un coefficient de corrélation linéaire est, en raison de la présence de structures non-linéaires dans les séries temporelles financières et économiques, insuffisant.

## 3. Méthodologie

La méthodologie retenue s'inspire des travaux de Kyrtsov *et al.* [2006, 2007, 2009]. La présence de structures chaotiques d'une part et la nécessité d'un modèle non linéaire capable de capter les dynamiques complexes des séries financières d'autre part nous conduisent à envisager une modélisation par un modèle de Mackey-Glass bruité. L'efficacité de ce modèle a fait l'objet d'un certain nombre de publications dans le cas univarié (Kyrtsov et Terraza [2002], Kyrtsov, Labys et Terraza [2004], Kyrtsov et Terraza [2003]) mais aussi dans le cas multivarié (Kyrtsov et Labys [2006], Kyrtsov et Labys [2007], Kyrtsov et Vorlow [2009]). L'équation de Mackey-Glass [1977] est

introduite pour la première fois dans l'étude des systèmes de contrôles physiologiques. Il s'agit d'une équation non linéaire différentielle avec retard capable de décrire plusieurs comportements dynamiques complexes. Glass et Mackey [1977] introduisent 3 formes du modèle en temps continu. Berzansky *et al.* [2013] définissent les conditions de stabilité des solutions de ces spécifications. Nous retenons, dans le cadre de ce travail, une version en temps discret du modèle de Mackey-Glass utilisé pour la première fois dans les travaux de Kyrtsov et Terraza [2003, 2010]. L'intérêt de ce modèle en économétrie financière réside dans sa capacité à décrire les fluctuations du marché lorsqu'il est dominé par une force stabilisatrice (Kyrtsov et Terraza [2002]). Nous amendons les modèles définis par Kyrtsov *et al.* [2006, 2007, 2009] par l'introduction d'un modèle de type GARCH multivarié avec corrélations conditionnelles dynamiques.

### 3.1. Le modèle Mackey-Glass-GJR-GARCH avec corrélations conditionnelles dynamiques

La combinaison d'un modèle Mackey-Glass et d'un modèle GARCH multivarié doit permettre de prendre en compte les relations qui existent entre plusieurs marchés. La spécification du modèle dans un cadre multivarié peut être décrite comme suit.

Soient  $X_{it}$  avec  $i = \{1, \dots, n\}$  les  $n$  actifs retenus. Les équations de la moyenne des différents actifs  $X_{it}$  sont définies par :

$$X_{it} = \alpha_i \frac{X_{i,t-\tau_i}}{1 + X_{i,t-\tau_i}^{c_i}} - \delta_i X_{i,t-1} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \alpha_j \frac{X_{j,t-\tau_j}}{1 + X_{j,t-\tau_j}^{c_j}} - \delta_j X_{j,t-1} + \epsilon_{i,t} \quad [1]$$

Avec

$$\epsilon_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t} \\ \epsilon_{2,t} \\ \dots \\ \epsilon_{n,t} \end{pmatrix}$$

Et  $\epsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t)$  où  $\Omega_{t-1}$  est l'ensemble d'information disponible en  $t-1$ .  $H_t$  est définie par :

$$H_t = D_t R_t D_t \quad [2]$$

$$D_t = \text{diag} (h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{nt}^{1/2}) \quad [3]$$

$$R_t = (\text{diag} Q_t)^{-1/2} Q_t (\text{diag} Q_t)^{-1/2} \quad [4]$$

Avec  $D_t$  une matrice diagonale des écart-types conditionnels  $D_t = \text{diag}(h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{nt}^{1/2})$  et  $R_t$  la matrice des corrélations conditionnelles entre les variables où  $\rho_{iii} = 1$ .  $Q_t$  est une matrice symétrique définie positive :

$$Q_t = (1 - a - b)S + av_{t-1} v'_{t-1} + bQ_{t-1}$$

$S$  désigne une matrice de variance-covariance inconditionnelle des erreurs standardisés  $v_t$ ,  $a$  et  $b$  sont 2 paramètres à estimer de telle sorte que  $a + b < 1$ . Cette spécification, introduite par Engle [2002], est légèrement différente de celle proposée par Tse et Tsui [2002] et d'autres modèles de type DCC-GARCH qui ont été développés (voir Silvennoinen et Teräsvirta [2009]). Les équations de la variance conditionnelle sont définies à partir d'un modèle GJR-GARCH(1,1) univarié<sup>2</sup> :

$$h_{it} = c_0 + c_1 \epsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_1 \mathbb{I}_{\epsilon_{i,t-1} < 0} + \beta_1 h_{i,t-1}$$

Où  $\mathbb{I}_{\epsilon_{i,t-1} < 0}$  est une fonction indicatrice telle que  $\mathbb{I}_{\epsilon_{i,t-1} < 0} = 1$  si  $\epsilon_{i,t-1} < 0$  et  $\mathbb{I}_{\epsilon_{i,t-1} < 0} = 0$  sinon. La covariance entre 2 actifs est donnée par :

$$h_{ijt} = \rho_{ij} \sqrt{h_{iit} h_{jtt}}, \forall i \neq j$$

## 4. Analyse empirique

De part leur histoire commune, leur proximité géographique et surtout de leur monnaie unique, il semble intéressant d'étudier les relations qui existent entre sept pays de l'UEM. L'analyse des indices boursiers des pays dits de l'Europe du Nord d'une part (Allemagne [DAX 30], France [CAC 40], Irlande [ISEQ 20]) et des pays dits de l'Europe du Sud d'autre part (Espagne [IBEX 35], Portugal [PSI 20], Grèce [ATHEX 20] et Italie[SP 40])<sup>3</sup> doit permettre une étude des relations d'interdépendances pour la période allant du 28/11/2003 au 25/11/2012.

### 4.1. Analyse descriptive et tests préliminaires

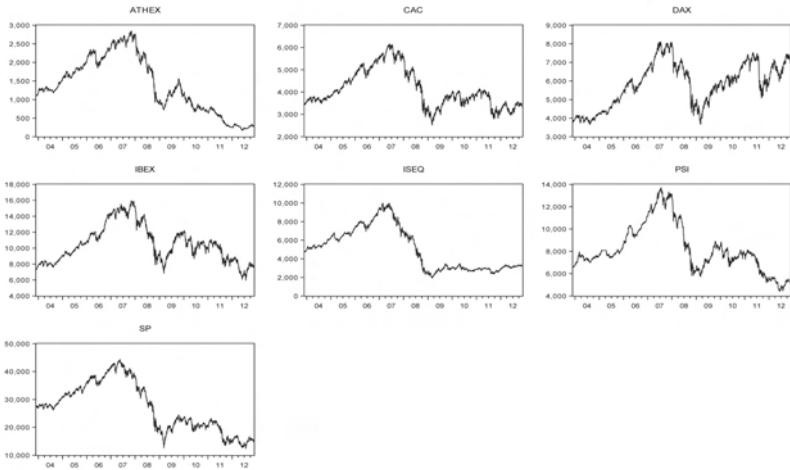
Les représentations graphiques des prix données dans la figure 1 font apparaître clairement 3 phases : la première est une phase d'expansion qui

2. Nous ne donnons ici que les spécifications des modèles qui sont utilisés dans l'application empirique. Il est tout à fait possible de considérer des modèles intégrant des retards  $p$  et  $q$  différents de 1.

3. Ces indices sont par la suite nommés DAX, CAC, ISEQ, IBEX, PSI, ATHEX, SP respectivement.

caractérise les années [2003-2007], la seconde est marquée par une importante chute des indices boursiers du fait notamment de la crise des subprimes intervenue sur le marché américain. Un redémarrage assez timide marque la troisième phase pour la plupart des indices. L'indice de la place d'Athènes montre les difficultés de reprise contrairement à ses partenaires européens. Une étude de la stationnarité des différentes séries est menée par l'application des tests de racine unitaire de Dickey-Fuller [1981] [DF]<sup>4</sup>, de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin [1992] [KPSS], d'Elliot-Rothenberg-Stock [1996] [ERS]. Les résultats des différents tests sont donnés dans les tableaux 1, 2, 3. Les tests concluent sur la présence d'une racine unitaire pour tous les actifs retenus.

**Figure 1. Évolution des prix des indices européens**



**Tableau 1. Résultats définitifs du test de Dickey-Fuller**

Séries	Modèle retenu	Statistique de Dickey Fuller (Test individuel)	V.C.	Statistique de Dickey Fuller (Test joint)	V.C.
ATHEX	2	-0,1509	-2,8626	0,01179192	[4,59 ; 4,61]
CAC	6	-1,502	-2,8626	1,12881755	[4,59 ; 4,61]
DAX	2	-1,8627	-2,8626	1,73482286	[4,59 ; 4,61]
IBEX	2	-1,6839	-2,8626	1,81346978	[4,59 ; 4,61]
ISEQ	2	-0,5724	-2,8626	0,16384144	[4,59 ; 4,61]
PSI	2	-0,7195	-2,8626	0,25984405	[4,59 ; 4,61]
SP	2	-0,4816	-2,8626	0	[4,59 ; 4,61]

**Note :** V.C. désigne les valeurs critiques lues dans les tables statistiques de Dickey-Fuller.

4. Dans l'application du test de Dickey-Fuller, nous retenons la procédure d'Hénin-Jobert.

**Tableau 2. Résultats du test KPSS**

Série	LM Stat (Tendance et constante)	V.C.	LM stat (Constante)	V.C.
ATHEX	1,0989	0,146	3,468	0,463
CAC	0,7792	0,146	1,883	0,463
DAX	0,56527	0,146	2,0887	0,463
IBEX	0,996	0,146	1,1438	0,463
ISEQ	0,7135	0,146	3,5514	0,463
PSI	0,9085	0,146	1,8314	0,463
SP	0,8302	0,146	3,7546	0,463

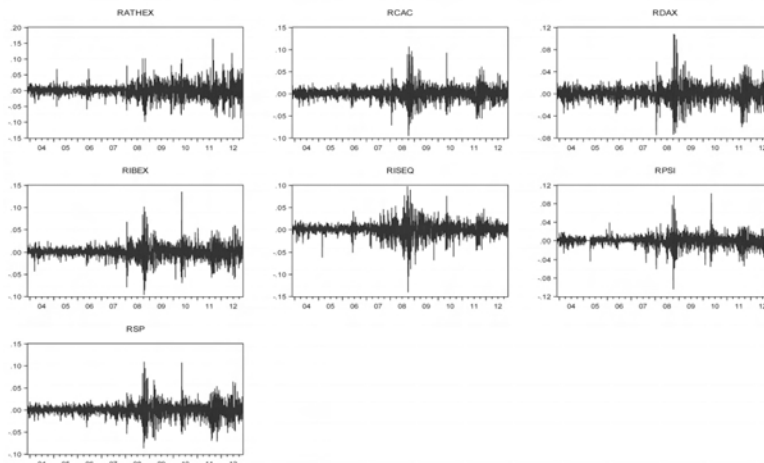
Note : V.C. désigne les valeurs critiques associées aux tests.

**Tableau 3. Résultats du test ERS**

Série	Constante et tendance	V.C.	Constante	V.C.
ATHEX	-0,516	-2,89	-0,387	-1,941
CAC	-1,205	-2,89	-1,159	-1,941
DAX	-1,7945	-2,89	-0,1313	-1,941
IBEX	-1,1045	-2,89	-0,9009	-1,941
ISEQ	-0,7669	-2,89	-0,625	-1,941
PSI	-0,6508	-2,89	-0,7858	-1,941
SP	-0,9293	-2,89	-0,4853	-1,941

Note : V.C. désigne les valeurs critiques associées aux tests.

Le recours aux différences premières semble indispensable pour stationnariser ces séries financières. Nous retenons les différences premières du log des prix qui sont une approximation des rentabilités financières<sup>5</sup>. Les séries stationnarisées sont données dans la figure 2.

**Figure 2. Évolution des rentabilités des indices européens**

5. Les séries des rentabilités des indices ATHEX, CAC, DAX, IBEX, ISEQ, PSI et SP sont respectivement notées RATHERX, RCAC, RDAX, RIBEX, RISEQ, RPSI et RSP.

Nous distinguons clairement 2 périodes : la première caractérisée par de faibles variations traduit une période relativement calme tandis que dans la seconde période, nous observons d'importantes variations et des clusters de volatilités. Ces derniers sont assez marqués pour tous les indices sauf pour l'indice ATHEX puisqu'il est caractérisé par de nombreuses fluctuations d'amplitude relativement stable durant la période de crise. Pour les autres indices, les tentatives de reprises que nous avons décelées dans la troisième phase permettent de distinguer les périodes très calmes, des périodes très violentes et des périodes volatiles sans mouvement extrême. L'analyse des statistiques descriptives, données dans le tableau 4, des séries stationnarisées montre les fortes similitudes des différents indices. Le risque, mesuré par l'écart-type, est quasiment identique pour les différents indices puisqu'il oscille entre 1,1 % et 1,5 %. Il atteint 2 % pour l'indice ATHEX qui apparaît comme étant le plus risqué. Le test de Jarque-Bera montre que les distributions des rentabilités des différents indices ne sont pas normales. Cette non-normalité est notamment due au caractère leptokurtique des séries de rentabilités même si l'asymétrie des indices ATHEX et ISEQ est relativement importante. Compte tenu des résultats obtenus, nous proposons de tester la linéarité du processus générateur de données. Brock, Dechert et Scheinkman [1987] introduisent un test dont l'hypothèse nulle suppose une série indépendamment et identiquement distribuée (i.i.d.) contre une hypothèse alternative non spécifiée. C'est un test non paramétrique basé sur une intégrale de corrélation appelée intégrale BDS. Parmi les alternatives possibles à l'hypothèse nulle du test BDS, la présence de structure de dépendance linéaire de type ARMA peut conduire au rejet du test BDS. C'est la raison pour laquelle Brock [1986] suggère de filtrer les séries préalablement au test BDS au moyen d'une modélisation de type ARMA. Ainsi, le rejet de l'hypothèse nulle du test BDS sur les séries filtrées de toute dépendance linéaire signifie que les séries sont issues d'un processus non linéaire (stochastique, chaotique ou chaos stochastique). Préalablement à l'application du test BDS, nous filtrons toute structure de type ARMA<sup>6</sup>. Nous faisons varier  $\epsilon$  comme l'ont préconisé Brock *et al.* [1987]<sup>7</sup>. Les tableaux 5 et 6 donnent les résultats de la statistique  $z$  du test BDS<sup>8</sup> à comparer à la valeur de la loi normale centrée réduite à 95 %, soit 1,96. Nous notons que dans tous les cas, la statistique  $z$  est supérieure à 1,96. Par conséquent les différentes séries des rentabilités ne sont pas i.i.d.

6. Les résultats et les filtres retenus sont disponibles sur demande.

7. Dans un souci de clarté des résultats, nous ne donnons ici que les tableaux relatifs aux cas où  $\epsilon = 0.5$  et  $\epsilon = 2$ . Les résultats relatifs aux cas où  $\epsilon = 1$  et  $\epsilon = 1.5$  sont disponibles sur demande.

8. La statistique  $z$  doit être prise en valeur absolue.

**Tableau 4. Statistiques descriptives**

	Moyenne	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	Probabilité
Séries des prix						
ATHEX	1384,609	752,9797	0,127639	1,878647	129,4494	0
CAC	4127,494	848,5337	0,635503	2,368146	197,1884	0
DAX	5838,552	1185,432	- 0,136274	1,956841	113,7762	0
IBEX	10493,93	2323,185	0,509526	2,389273	138,146	0
ISEQ	5036,714	2278,797	0,462115	1,881843	205,9756	0
PSI	8211,942	2142,141	0,72075	2,90134	204,3292	0
SP	27162,07	8783,744	0,169554	1,799242	152,3732	0
Séries des rentabilités						
RATHEX	- 0,000572	0,021449	0,187616	7,563993	2051,646	0
RCAC	1,11E-05	0,014634	0,062559	10,00529	4802,608	0
RDAX	0,000287	0,014154	0,040548	9,915897	4679,975	0
RIBEX	3,30E-05	0,015242	0,11885	10,51527	5531,084	0
RISEQ	- 0,000156	0,015761	- 0,583595	10,56724	5735,528	0
RPSI	- 9,87E-05	0,011931	- 0,126959	12,98685	9763,928	0
RSP	- 0,00024	0,015434	- 0,044347	9,174745	3730,908	0

**Tableau 5. z-stat du test BDS (  $\epsilon = 0.5$  )**

	Dimensions			
	2	3	4	5
RATHEX	9,094804	14,33876	20,58403	27,72357
RCAC	7,469484	12,49401	16,36752	20,35298
RDAX	5,901510	9,518128	13,32398	16,44955
RIBEX	9,045480	14,23889	19,73311	25,79447
RISEQ	14,13150	20,72315	27,12018	34,59728
RPSI	11,87835	14,19842	15,78675	16,60725
RSP	11,13993	17,50675	24,32496	32,85987

**Tableau 6. z-stat du test BDS (  $\epsilon = 2$  )**

	Dimensions			
	2	3	4	5
RATHEX	9,272730	12,01213	14,66467	16,85978
RCAC	9,206488	13,53248	15,60116	17,37087
RDAX	8,692273	13,15251	15,59274	17,01750
RIBEX	9,912907	13,16733	15,39735	17,34135
RISEQ	11,19966	16,07799	18,67579	20,95075
RPSI	12,76770	16,30204	18,83219	20,50047
RSP	10,49958	14,79874	17,38331	19,50697

Les résultats du test d'homoscédasticité ARCH-LM, donnés dans le tableau 7 révèlent une des caractéristiques courante des séries temporelles financières à savoir l'hétéroscédasticité. En ce qui concerne l'autocorrélation, nous retenons le test de Box et Pierce [1970] en raison de l'hypothèse implicite d'homoscédasticité du test de Ljung et Box [1978]. Nous donnons dans le tableau 8, les résultats du test de Box-Pierce pour les retards 2, 5, 10, 15 et 20 qui indiquent que les séries sont autocorrélées.

**Tableau 7. Test ARCH-LM sur les séries de rentabilités**

Retards	2	5	10	15	20
RATHEX	80,2529935	201,910015	291,372935	294,941976	311,799717
RCAC	197,732349	405,170662	441,166492	484,282056	539,146917
RDAX	185,841618	350,217862	425,901202	501,709951	588,620126
RIBEX	134,686424	305,018397	326,755956	349,028324	356,432988
RISEQ	220,060175	442,575521	588,860665	621,606191	628,743257
RPSI	128,919561	314,586338	339,593418	393,220802	423,569098
RSP	173,813714	383,921498	435,52069	467,179345	492,074073
Valeurs critiques	5,99146455	11,0704977	18,3070381	24,9957901	31,4104328

**Tableau 8. Test de Box-Pierce sur les rentabilités**

Retards	2	5	10	15	20
RATHEX	7,70291679	9,1593425	14,9979971	34,1783278	40,5065956
RBINTER	9,95121135	11,0603211	15,1038309	23,5956291	34,7940815
RCAC	10,3764148	35,8302573	44,9710958	50,0175022	59,4182092
RDAX	3,00715857	14,0232688	17,3990464	22,5003179	36,2497088
RIBEX	7,29474766	18,9613066	22,4512111	39,6283763	49,3922692
RISEQ	2,9796966	4,7474213	17,4389115	42,5772108	60,8499246
RPSI	7,2337805	10,9949458	22,2665175	30,5699413	41,1305543
RSP	2,50592752	25,2903066	32,939354	41,952777	64,6221204
Valeurs critiques	5,99146455	11,0704977	18,3070381	24,9957901	31,4104328

Nous proposons d'étudier l'existence de structures à mémoire longue dans les rentabilités au moyen des tests de Geweke et Porter-Hudak [1983] et de Shimotsu [2006, 2010]. Les résultats du test GPH<sup>9</sup>, reportés dans le tableau 9, montrent que tous les paramètres fractionnaires estimés sont inférieurs à 0,5. Les tests de significativité menés sur ces paramètres indiquent que l'hypothèse nulle de significativité du paramètre  $d$  est acceptée pour tous les actifs exceptés les indices ISEQ ( $d = 0.3$ ) et PSI ( $d = 0.21$ ). Avant de confirmer l'existence de structures à mémoire longue dans les différentes séries, nous retenons le test de Shimotsu [2006].

9. L'application du test GPH requiert la fixation du paramètre  $m$ . Il est recommandé de retenir un nombre  $m = \sqrt{T}$  où  $T$  est le nombre total d'observations. Le test consiste à calculer le paramètre fractionnaire  $d$ , le ratio de Student (Tasy) et la probabilité asymptotique associée au test de significativité sur le paramètre  $d$  ainsi que le ratio de Student (Tols) et la probabilité associée au test de significativité sur un échantillon fini.

**Tableau 9. Test GPH sur les séries de rentabilités**

	$d$	obs	tols	tasy	sigols	sigasy
RATHEX	0,17090708	48	1,69154788	1,61924776	0,09735349	0,11208569
RCAC	0,18651339	48	2,10890363	1,76710865	0,04030916	0,08370272
RDAX	0,09277474	48	1,17411902	0,87898805	0,24626247	0,38387967
RIBEX	0,24625952	48	2,28098698	2,33316937	0,02712561	0,02396957
RISEQ	0,29516994	48	2,91966287	2,79656794	0,00536526	0,00745983
RPSI	0,20754443	48	2,04098746	1,96636589	0,0468901	0,0551777
RSP	0,1472323	48	1,55935106	1,39494265	0,12562223	0,16959082

Le test de Shimotsu [2006] est appliqué sur les paramètres fractionnaires déterminés par la méthode de l'estimateur local Whittle (Shimotsu et Phillips [2005]). Il est nécessaire de fixer  $m$  et nous suivons les recommandations de Shimotsu [2006] en faisant varier ce paramètre de 200 à 800. Par ailleurs, le nombre de sous échantillons à construire est recommandé par Shimotsu [2006] à  $b=2$  et  $b=4$ . Nous avons reporté dans la table 10, les estimés  $\hat{d}$ ,  $\bar{d}$  et la statistique de Wald calculée.

En comparant les statistiques de Wald calculées sur 2 et 4 sous échantillons aux valeurs respectives du  $\chi^2(1)=3,84$  et  $\chi^2(3)=7,82$  au seuil d'erreur  $\alpha=5\%$ , nous constatons que l'hypothèse nulle de constance du paramètre  $d$  est rejetée pour les indices ISEQ ( $m=400$  &  $600$  et  $b=4$ ) et PSI ( $m=200$  &  $400$  &  $600$  et  $b=2$  &  $4$ ). Ces premières observations sont à comparer aux résultats du test GPH qui avait détecté des paramètres  $d$  significatifs et supérieurs à 0 pour les indices ISEQ et PSI. L'hypothèse de mémoire longue est par conséquent rejetée pour les indices susmentionnés<sup>10</sup>.

10. L'existence d'un processus de mémoire longue en variance est une hypothèse plausible. Aussi, les résultats des tests GPH [1983] et de Shimotsu [2006, 2010] sur les rentabilités au carré (considérées comme une proxy de la variance) sont disponibles sur demande. Ils indiquent le rejet de l'hypothèse d'un processus à mémoire longue en variance.

**Tableau 10. Estimations et résultats du test de Shimotsu [2006] sur les rentabilités**

$m$	$d$	$\bar{d}$		$W_c$	
Indice ATHEX					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	0,05055283	0,03198861	0,05168897	0,12408653	0,52764672
400	0,02734667	0,02321456	0,0192387	0,14555968	0,50539182
600	0,02198996	0,02744166	0,02370067	0,90551212	0,45550152
800	0,03912096	0,04247556	0,03980934	0,5764193	1,00632064
Indice CAC					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	-0,03535713	-0,04092773	-0,04941348	0,00041379	0,5322109
400	-0,05697698	-0,0475909	-0,0619883	0,99640513	3,12585365
600	-0,05767084	-0,04396204	-0,05093153	1,58383099	1,6087191
800	-0,03557979	-0,02229209	-0,02138057	1,87141636	2,34605355
Indice DAX					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	-0,01520906	-0,02588777	-0,01571727	0,15478598	0,40186792
400	-0,02506572	-0,01902166	-0,02141707	0,22351907	2,53536718
600	-0,02282199	-0,00432163	-0,00028204	2,0643037	1,67576057
800	0,00324824	0,02463886	0,03369628	3,66451335	3,98796834
Indice IBEX					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	-0,02655465	-0,02284486	-0,01169412	0,72766244	0,65354409
400	-0,05691034	-0,03284815	-0,03095601	4,72678196	6,85946039
600	-0,04277505	-0,02578566	-0,02147892	3,20498134	3,62245944
800	-0,00768569	0,00455348	0,01367329	1,9812046	2,78758357
Indice ISEQ					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	0,01065512	0,00637788	-0,00285889	0,005274	2,97365178
400	-0,00255424	-0,00139897	-0,00745368	0,06611733	8,31436017
600	0,00269228	0,00951473	0,01166549	0,48704214	14,2769776
800	0,04013297	0,04867986	0,0513647	0,69336024	5,83510575
Indice PSI					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	0,01320947	0,05087369	0,06297316	5,77227979	7,03114446
400	-0,00120403	0,03810514	0,03891798	10,1193396	12,8176237
600	0,02898976	0,06520886	0,05511682	10,9727718	13,3920209
800	0,05354355	0,06791996	0,0689155	3,15811669	2,76735734
Indice SP					
		$b=2$	$b=4$	$b=2$	$b=4$
200	-0,00446895	-0,0071793	-0,00859422	0,01938947	0,04162725
400	-0,02744127	-0,01599114	-0,0187649	0,99704407	2,63802732
600	-0,01713	0,00099915	-0,00157546	1,66610699	1,54627958
800	0,00821358	0,02696324	0,02789858	2,12860122	1,73607006

L'hypothèse de présence de structures non linéaires hautement complexes se confirme au fur et à mesure de l'analyse. Les séries des rentabilités des différents actifs sont modélisées pour l'équation de la moyenne par un modèle de Mackey-Glass dont les paramètres  $\tau$  et  $c$  sont déterminés préalablement<sup>11</sup>. En ce qui concerne les équations de la variance, elles sont décrites par un modèle DCC-GJR-GARCH(1,1). Le choix de cette spécification, au détriment d'une approche avec corrélations conditionnelles constantes, est due au résultat du test d'Engle et Sheppard [2002]. L'hypothèse nulle de constance des corrélations conditionnelles est rejetée puisque la statistique calculée associée au test est de 47,79. Elle est à comparer à la valeur d'un khi deux à 7 degrés de liberté avec un seuil d'erreur  $\alpha = 0.05$  (soit 14,07).

## 4.2. Résultats

Les paramètres estimés du modèle Mackey-Glass-DCC-GJR-GARCH(1,1) sont donnés dans les tableaux 11 et 12. La procédure d'estimation, en deux étapes, repose sur la méthode du maximum de vraisemblance. La lecture de ces résultats doit considérer deux types d'interdépendance :

- une interdépendance mécanique décrite par l'équation de Mackey-Glass. Elle est liée aux fondamentaux d'une économie. Nous reportons dans la figure 3 les différentes relations détectées. Nous donnons aussi les feedbacks obtenus par la différence entre les coefficients  $\alpha_i$  et  $\delta_j$  (Kyrtsov et Labys [2006, 2007]) et les résultats des tests de significativité menés sur ces feedbacks. Ils décrivent les relations de dépendances non-linéaires entre deux indices et la valeur de ces feedbacks traduit la force des fondamentaux d'une économie sur une autre économie.
- une interdépendance psychologique décrite par l'équation de la variance. Elle traduit les impacts des comportements chartistes sur les marchés.

Avant de commenter les résultats obtenus, nous évaluons la pertinence de la méthodologie retenue par une analyse des séries résiduelles donnée dans la tableau 13. Il est à relever que les résidus issus des différentes modélisations ne satisfont pas à l'hypothèse de normalité dans la mesure où les statistiques de Jarque-Bera calculées sur ces séries sont toujours supérieures à la valeur du khi-deux à 2 degrés de liberté (soit 5,99). Néanmoins, nous notons une nette diminution de ces statistiques par rapport à celles calculées sur les séries des rentabilités données dans le tableau 4. Par ailleurs, nous donnons dans la tableau 13 les statistiques associées au test ARCH pour 10 et 20 retards. Les probabilités calculées à partir de ces statistiques indiquent que les différentes séries résiduelles sont homoscedastiques. Enfin, nous donnons les Q-statistiques associées au test de non-autocorrélation de Ljung-Box. Nous notons, à partir des probabilités, l'absence d'autocorrélation pour l'ensemble des séries résiduelles et ce, pour un seuil d'erreur de 1 %.

11. Le choix de ces paramètres résulte d'un balayage des couples ( $\tau$ ,  $c$ ) et nous retenons les valeurs qui minimisent les critères AIC et SC.

Nous détectons 3 relations bilatérales et 12 relations unilatérales. Nous mettons en évidence quatre résultats particuliers relatifs aux interdépendances des indices boursiers européens en distinguant les caractéristiques liées aux fondamentaux et celles associées aux comportements des chartistes.

**1. Le rôle moteur du couple d'indices franco-allemand dans les fondamentaux.** Nous relevons l'impact de ces indices sur l'ensemble des indices boursiers, à l'exception de l'indice ISEQ. Ce dernier est uniquement impacté par l'indice allemand, ce qui suggère le rôle moteur circonscrit au continent de l'indice français. Il est à relever les dépendances mécaniques opposées de ces indices sur les indices portugais et italien : nous constatons que l'indice français a un effet feedback positif relativement important sur ces indices alors que le DAX a un effet feedback négatif. Ce constat suggère un rôle plus consensuel de l'indice français qui, exceptions faites des indices espagnol et allemand, impacte positivement les indices européens. Il faut souligner que l'effet feedback négatif de l'indice français sur l'indice espagnol est non significatif. *A contrario*, l'indice allemand a des effets feedback négatifs sur l'ensemble des indices européens. Il est intéressant de noter l'interaction particulière des indices français et allemand qui s'impactent mutuellement, en dépit de l'interdépendance des fondamentaux italien et français. Ce constat laisse à penser que l'indice allemand pourrait occuper le rôle de leadership dans la scène financière de l'UEM alors que l'indice français occupe un rôle plus fédérateur.

**2. Des interdépendances fondamentales des pays de l'Europe du Sud centrées autour de l'indice italien.** A partir de la figure 3, nous constatons une organisation des interdépendances des pays du Sud de l'Europe (exception faite de l'indice hellénique) autour de l'indice SP. Ainsi, nous relevons une interdépendance de cet indice avec l'indice espagnol et une relation unilatérale de l'indice italien vers l'indice portugais. Ce résultat peut s'expliquer par la similitude des fondamentaux de ces pays dont les indices principaux intègrent une part relativement importante des titres bancaires, traditionnellement plus volatiles. L'indice italien occupe une place particulière qui laisse à penser qu'il pourrait constituer un trait d'union entre les indices moteurs et les indices de l'Europe du Sud.

**3. L'isolement des indices ATHEX et ISEQ.** Sur la partie des fondamentaux, l'indice hellénique est particulier en ce sens où il est fortement impacté par les indices principaux (CAC et DAX) mais il existe une relation unilatérale de cet indice vers l'indice espagnol. Il est à relever que l'effet feedback de l'indice allemand sur l'indice hellénique n'est pas significatif. La position de l'indice irlandais est toute aussi singulière : il est impacté négativement par l'indice allemand et impacte négativement l'indice italien. Nous constatons que ces deux indices sont en marge des interactions entre les indices de l'UEM. Si la situation de l'ISEQ peut s'expliquer par des facteurs géographiques qui freinent une intégration complète de l'indice dans la sphère financière de l'UEM, la position de l'indice hellénique est plus problématique. En effet, elle reflète une intégration partielle de l'indice ATHEX dans la sphère financière. L'évolution de cet indice tient compte des fondamentaux des deux premières économies de l'UEM mais n'a pas encore trouvé sa place au sein des économies de l'Europe du Sud fortement intégrées entre elles.

4. **Deux sphères d'interdépendances psychologiques.** Les résultats de la spécification DCC-GJR-GARCH indiquent toute l'utilité de recourir à un modèle asymétrique en variance. Nous constatons une dynamique de la volatilité similaire pour les indices CAC, DAX, IBEX dont les coefficients associés aux innovations sont identiques. Il en est de même pour les indices ATHEX et ISEQ. A partir des figures 4 et 5, nous relevons l'existence de deux sphères d'interdépendances psychologiques : la première concerne les indices ATHEX, CAC, DAX, ISEQ et IBEX dont les corrélations conditionnelles sont très élevées. L'évolution de ces dernières est très différente selon les couples d'indices considérés : dans le cas de l'indice hellénique, nous constatons une augmentation des corrélations dynamiques au lendemain de la crise des subprimes et une chute de ces corrélations suite à la crise des dettes souveraines. Cette rupture des interdépendances psychologiques entre l'indice ATHEX et les indices CAC, DAX, ISEQ et IBEX traduit un isolement progressif de l'indice hellénique au sein de la sphère financière. Par ailleurs, nous notons une « constance » dans les corrélations conditionnelles dynamiques du couple franco-allemand qui ne sont pas marquées par une rupture profonde tout au long de l'échantillon d'analyse. En ce qui concerne les indices ISEQ et IBEX, la dynamique des corrélations conditionnelles entre ces indices et les indices moteurs est relativement identique : nous identifions une baisse du niveau des corrélations sans pour autant constater de rupture nette. Néanmoins, l'interdépendance psychologique entre les indices irlandais et espagnol se caractérise par de fortes oscillations entre des niveaux de corrélations très faibles (aux alentours de 0,4) et des niveaux relativement élevés. Ces fortes oscillations font état d'une interdépendance psychologique instable, facilitée par les avantages que procure l'UEM. La seconde sphère d'interdépendance concerne les indices italien et portugais. Nous relevons une intensification des corrélations conditionnelles après la crise des subprimes qui traduit une interdépendance psychologique plus accrue entre ces indices.

**Tableau 11. Résultats des interdépendances en moyenne**

	ATHEX		CAC		DAX		IBEX		ISEQ		PSI		SP	
	$\alpha_1$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$\delta_3$	$\alpha_4$	$\delta_4$	$\alpha_5$	$\delta_5$	$\alpha_6$	$\delta_6$	$\alpha_7$	$\delta_7$
ATHEX	12,6782*** (0,005) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-12,6454*** (0,005) ( $\tau = 1, c = 2$ )	28,2861* (0,08) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-28,5791* (0,08) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-46,7180*** (0,005) ( $\tau = 1, c = 2$ )	46,8677*** (0,005) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-0,0191 (0,52) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,1357*** (0,04) ( $\tau = 2, c = 2$ )	-0,0026 (0,95) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0219 (0,59) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0471 (0,41) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0011 (0,98) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,0320 (0,49) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,1102 (0,13) ( $\tau = 3, c = 2$ )
CAC	-2,8718 (0,35) ( $\tau = 1, c = 2$ )	2,8911 (0,35) ( $\tau = 1, c = 2$ )	34,8226** (0,001) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-35,2332*** (0,001) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-47,6161*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	47,7677*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-0,0524*** (0,009) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,0713 (0,11) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,0339 (0,19) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0443 (0,12) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0707* (0,07) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,0444 (0,28) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,1281*** (0,00) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,1291*** (0,00) ( $\tau = 3, c = 2$ )
DAX	1,0798 (0,72) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-1,0371 (0,73) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-24,2556** (0,03) ( $\tau = 1, c = 2$ )	23,7994** (0,03) ( $\tau = 1, c = 2$ )	22,8873** (0,04) ( $\tau = 1, c = 2$ )	22,5554** (0,04) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-0,0387** (0,05) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,00468 (0,28) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,0129 (0,61) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0370 (0,17) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0885** (0,02) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,0376 (0,36) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,1028*** (0,00) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0265 (0,58) ( $\tau = 3, c = 2$ )
IBEX	-5,4946* (0,09) ( $\tau = 1, c = 2$ )	5,5146* (0,08) ( $\tau = 1, c = 2$ )	54,1188*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-54,4261*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-59,5683*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	59,6045*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-0,0607*** (0,004) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,0949** (0,04) ( $\tau = 2, c = 2$ )	0,0106 (0,69) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0056 (0,84) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0310 (0,44) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,0363 (0,40) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,0668** (0,04) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,1817*** (0,00) ( $\tau = 3, c = 2$ )
ISEQ	-2,7959 (0,4) ( $\tau = 1, c = 2$ )	2,8051 (0,39) ( $\tau = 1, c = 2$ )	0,0733 (0,12) ( $\tau = 2, c = 2$ )	-0,2025** (0,01) ( $\tau = 2, c = 2$ )	-18,0008** (0,04) ( $\tau = 1, c = 2$ )	18,1449** (0,03) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-0,1056** (0,02) ( $\tau = 2, c = 2$ )	-0,041018,6631*** (0,4) ( $\tau = 1, c = 2$ )	0,0000 (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	18,5923*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	0,0870** (0,03) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0131 (0,77) ( $\tau = 3, c = 2$ )	-0,0896*** (0,005) ( $\tau = 3, c = 2$ )	0,0803 (0,13) ( $\tau = 3, c = 2$ )
PSI	-3,0494 (0,23) ( $\tau = 1, c = 2$ )	3,0715 (0,23) ( $\tau = 1, c = 2$ )	42,6996*** (0,005) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-42,8922*** (0,005) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-43,7847*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	43,8346*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	31,7701*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	31,5763*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	2,0788 (0,63) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-2,0840 (0,62) ( $\tau = 1, c = 2$ )	23,8603** (0,06) ( $\tau = 1, c = 2$ )	23,8540** (0,06) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-27,2778** (0,06) ( $\tau = 1, c = 2$ )	27,2705** (0,06) ( $\tau = 1, c = 2$ )
SP	-2,7671 (0,4) ( $\tau = 1, c = 2$ )	2,8004 (0,39) ( $\tau = 1, c = 2$ )	77,0324*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-77,2804*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-61,8004*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	61,8635*** (0,00) ( $\tau = 1, c = 2$ )	17,1160* (0,08) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-16,9425* (0,08) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-10,0343* (0,07) ( $\tau = 1, c = 2$ )	10,0557* (0,07) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-26,0285 (0,11) ( $\tau = 1, c = 2$ )	25,9375 (0,11) ( $\tau = 1, c = 2$ )	-34,6753* (0,07) ( $\tau = 1, c = 2$ )	34,6835* (0,06) ( $\tau = 1, c = 2$ )

Significatif à (\*\*\*)0,01, (\*\*\*)0,05, (\*)0,1. Entre parenthèses () : la probabilité

**Tableau 12. Modèle de variance DCC-GJR-GARCH(1,1)**

	ATHEX	CAC	DAX	IBEX	ISEQ	PSI	SP
$c_0$	0,000002 (0,38)	0,000002 (0,32)	0,000003 (0,53)	0,000002 (0,48)	0,000003 (0,43)	0,000003 (0,26)	0,000001 (0,45)
$c_1$	0,0878*** (0,00)	0,0397*** (0,00)	0,0395*** (0,00)	0,0387*** (0,00)	0,0908*** (0,00)	0,1075*** (0,00)	0,0487* (0,06)
$\beta_1$	0,9068*** (0,00)	0,9070*** (0,00)	0,9063*** (0,00)	0,9134*** (0,00)	0,8914*** (0,00)	0,8593*** (0,00)	0,9237*** (0,00)
$\eta_1$	0,2205*** (0,00)	0,9999*** (0,00)	0,9999*** (0,00)	0,9998*** (0,00)	0,2756*** (0,00)	0,3122*** (0,01)	0,6190*** (0,01)
$dcc_\alpha$	0,0205*** (0,00)	$dcc_\beta$	0,9543*** (0,00)				

Significatif à (\*\*\*)0,01, (\*\*)0,05, (\*)0,1. Entre parenthèses () : la probabilité

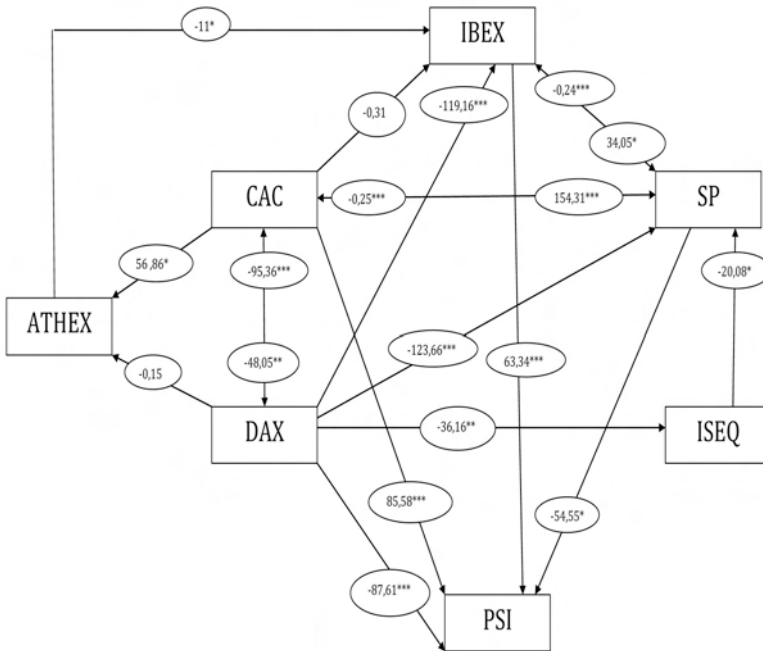
**Tableau 13. Statistiques et tests sur les résidus**

Séries résiduelles	RATHEX	RCAC	RDAX	RIBEX	RISEQ	RPSI	RSP
Moyenne	-0,002427	0,000146	0,001933	0,000073	-0,000367	0,000337	-0,001576
Écart-type	0,138691	0,113074	0,112137	0,115131	0,11677	0,101839	0,115236
Skeweness	0,183301	-0,228289	-0,25225	-0,217449	-0,431705	-0,328886	-0,320666
Kurtosis	5,70321	4,457687	4,493446	4,998793	5,442585	6,101797	4,772719
Jarque-Bera	727,12	227,9843	242,7955	408,8417	655,7891	982,3407	347,2399
Q-stat (10)	7,395	5,4807	4,9533	2,6743	3,8967	10,36	3,6618
Prob(Q(10))	0,688	0,857	0,894	0,988	0,952	0,409	0,961
Q-stat (20)	17,533	11,154	13,131	11,665	16,94	33,109	17,611
Prob(Q(20))	0,618	0,942	0,872	0,927	0,657	0,033	0,613
ARCH(10)	6,5925	16,832	11,8	15,968	6,4211	2,6505	10,837
Prob(ARCH(10))	0,763	0,078	0,299	0,101	0,779	0,988	0,37
ARCH(20)	16,037	27,727	27,697	28,428	25,456	6,7153	23,221
Prob(ARCH(20))	0,714	0,116	0,117	0,1	0,185	0,998	0,278

## 5. Remarques conclusives

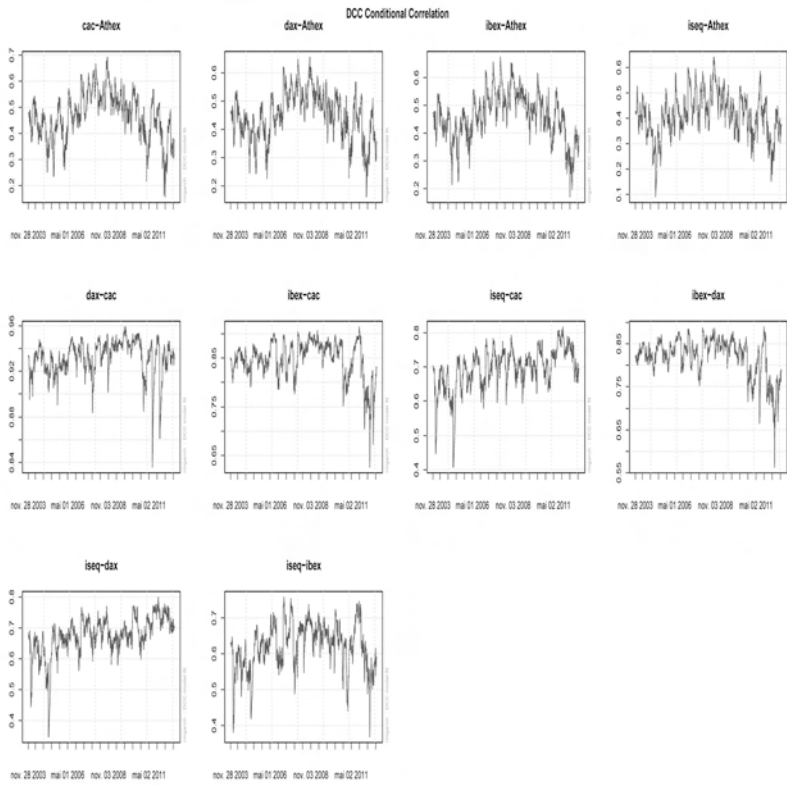
L'analyse statistique effectuée dans cet article met en évidence un certain nombre de résultats qui indiquent l'existence de relations d'interdépendances entre les principaux indices européens. Elle fait état de 3 interdépendances psychologiques entre les indices CAC-DAX, CAC-SP et SP-IBEX. Les relations unilatérales mises en évidence révèlent le rôle moteur du couple franco-allemand, une organisation des indices de l'Europe du Sud autour de l'indice italien et l'isolement des indices ATHEX et ISEQ. Le schéma qui se dessine en moyenne suggère une disposition particulière des interdépendances avec au Nord, deux indices moteurs et au sud un indice fédérateur.

Ce schéma semble exclure partiellement deux indices : au Nord, l'indice irlandais et au Sud l'indice hellénique. La jonction entre ces deux groupes est établie par le couple d'indices franco-italien. L'analyse des interdépendances psychologiques permet d'affiner ces résultats puisqu'elle révèle un isolement progressif de l'indice hellénique, de très fortes corrélations entre les indices moteurs et des corrélations instables avec l'indice irlandais. Ces résultats permettent de mieux cerner les dynamiques qui régissent les interdépendances au sein de la zone euro. Elles révèlent un abandon total des investisseurs de la place hellénique alors que l'interdépendance mécanique liée aux fondamentaux entre les indices moteurs et l'indice ATHEX reste relativement importante. Nous observons une situation inverse dans le cas de l'indice ISEQ : les interdépendances psychologiques n'ont pas diminuées suite aux crises successives mais l'interdépendance des fondamentaux entre l'indice irlandais et les autres places financières est quasiment inexistant.

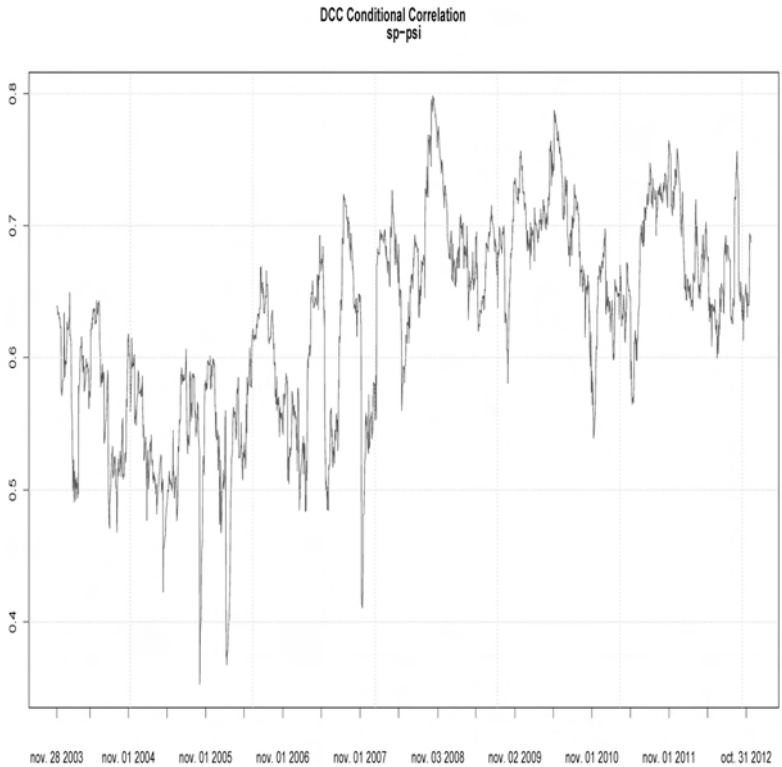


**Figure 3. Relations d'interdépendance en moyenne**

Note : Cette figure résume les relations d'(inter)dépendances mises en évidence par le modèle Mackey-Glass. Une flèche à double sens ( $\leftrightarrow$ ) schématise une interdépendance alors qu'une flèche à pointe unique ( $\rightarrow$ ) traduit une dépendance. La valeur des feedback ( $\alpha_i - \delta_i$ ) est donnée dans les cercles. Nous donnons aussi les résultats des tests de significativité menés sur ces feedback : \*\*\* indique une significativité au seuil d'erreur de 1 %, \*\* au seuil de 5 % et \* au seuil de 10 %.



**Figure 4. Corrélations conditionnelles dynamiques (Groupe 1)**



**Figure 5. Corrélations conditionnelles dynamiques (Groupe 2)**

## Références bibliographiques

- BEREZANSKY L., BRAVERMAN E., and IDELS L. [2013], Mackey-glass model of hematopoiesis with non-monotone feedback : Stability, oscillation and control. *Applied Mathematics and Computation*, 219(11) : 6268-6283.
- BOX G. and PIERCE D. [1970], Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American statistical Association*, 65(332) : 1509-1526.
- BROCK W. [1986], Distinguishing random and deterministic systems : Abridged version. *Journal of Economic theory*, 40(1) : 168-195.
- BROCK W. A., DECHERT W. D., and SCHEINKMAN J. [1987], A test for independence based on the correlation dimension. Technical report, Discussion Paper 8702, University of Wisconsin-Madison.
- DICKEY D. and FULLER W. [1981], Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with unit root. *Econometrica*, 49 : 4.
- ELLIOTT G., ROTHENBERG T. J., and STOCK J. H. [1996], Efficient tests for an autoregressive unit root. *Econometrica*, 64(4) : 813-836.

- ENGLE R. [2002], Dynamic conditional correlation : A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3) : 339-350.
- ENGLE R. F. and SHEPPARD K. [2002], Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate garch. NBER Working Papers 8554, National Bureau of Economic Research, Inc.
- GEWEKE J. and PORTER-HUDAK S. [1983], The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4) : 221-238.
- GUÉGAN D. [2009], Chaos in economics and finance. *Annual Reviews in Control*, 33(1) : 89-93.
- GUÉGAN D. and HOUMMIYA K. [2005], De-noising with wavelets method in chaotic time series : application in climatology, energy, and finance. *Proc. SPIE 5848*, 174.
- KWIATKOWSKI D., PHILLIPS P., SCHMIDT P., and SHIN Y. [1992], Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root : How sure are we that economic time series have a unit root ? *Journal of Econometrics*, 54 : 159-178.
- KYRTSOU C. and LABYS W. [2007], Detecting positive feedback in multivariate time series : the case of metal prices and us inflation. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 377(1) : 227-229.
- KYRTSOU C. and LABYS W. C. [2006], Evidence for chaotic dependence between us inflation and commodity prices. *Journal of Macroeconomics*, 28(1) : 256-266.
- KYRTSOU C., LABYS W. C., and TERRAZA M. [2004], Noisy chaotic dynamics in commodity markets. *Empirical Economics*, 29(3) : 489-502.
- KYRTSOU C. and TERRAZA M. [2002], Stochastic chaos or arch effects in stock series ? : A comparative study. *International Review of Financial Analysis*, 11(4) : 407-431.
- KYRTSOU C. and TERRAZA M. [2003], Is it possible to study chaotic and arch behaviour jointly ? application of a noisy mackey-glass equation with heteroskedastic errors to the paris stock exchange returns series. *Computational Economics*, 21(3) : 257-276.
- KYRTSOU C. and TERRAZA M. [2010], Seasonal mackey-glass-garch process and short-term dynamics. *Empirical Economics*, 38(2) : 325-345.
- KYRTSOU C. and VORLOW C. E. [2009], Modelling non-linear comovements between time series. *Journal of Macroeconomics*, 31(1) : 200-211.
- LJUNG G. and BOX G. [1978], On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2) : 297-303.
- MACKEY M. and GLASS L. [1977], Oscillation and chaos in physiological control systems. *Science*, 197 : 287-289.
- MUNDELL R. A. [1961], A theory of optimum currency areas. *The American Economic Review*, pages 657-665.
- REINHART C. M. and ROGOFF K. S. [2009], The aftermath of financial crises. Working paper, National Bureau of Economic Research.
- SHIMOTSU K. [2006], Simple (but effective) tests of long memory versus structural breaks. *Queen's Economics Dept. Working Paper*, (1101).
- SHIMOTSU K. [2010], Exact local whittle estimation of fractional integration with unknown mean and time trend. *Econometric Theory*, 26(02) : 501-540.
- SHIMOTSU K. and PHILLIPS P. [2005], Exact local whittle estimation of fractional integration. *The Annals of Statistics*, 33(4) : 1890-1933.

SILVENNOINEN A. and TERÄSVIRTA T. [2009], Multivariate garch models. CREATES Research Papers 2008-06, School of Economics and Management, University of Aarhus.

TSE Y. K. and TSUI A. K. C. [2002], A multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity model with time-varying correlations. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3) : 351-362.